Liste d'équations différentielles du premier ordre à savoir résoudre

---

Équations linéaires du premier ordre

Résoudre les équations ci-dessous, chercher les solutions maximales, les divers prolongements possibles et, éventuellement, déterminer la solution passant par la condition initiale (C.I.) donnée.

a) $y' - \dfrac{y}{x} = x$ **b)** $y' + \dfrac{2y}{x} = x^3$ **c)** $xy' - 2y + x = 0$

d) $xy' + (x-1)y = x^2$ **e)** $x^3y' - (x+1)y + e^x(x^2+1) = 0$ **f)** $y' \sin x - 3y \cos x = \cos x$

g) $(1-x^2)y' + (2x+1)y = 1$ **h)** $xy' + y - e^x = 0$ C.I. (a, b) **i)** $y' - \dfrac{y}{1-x^2} = 1 + x$ C.I. $(0, 0)$

note /9

Équations à variables séparées

Résoudre les équations ci-dessous, chercher les solutions maximales, discuter les éventuelles singularités et, éventuellement, déterminer la solution passant par la condition initiale (C.I.) donnée. (α est une constante)

a) $(1 + e^x)yy' = e^x$, C.I. $(0, 1)$ **b)** $x^3y' - \sin y = 2$ **c)** $y' \sin x = y \ln y$, C.I. $(\pi/2, e)$

d) $(1 + y^2) + (1 + x^2)y' = 0$ **e)** $y' = \dfrac{1 + y^2}{x}$ **f)** $x\sqrt{1 + y^2} + y\sqrt{1 + x^2}y' = 0$

g) $\tan(\alpha x) \sin^2 y + \dfrac{\cos^2 x}{\tan(\alpha y)}y' = 0$ **h)** $y' = \alpha^{x+y}$, $\alpha \in \mathbb{R}_{>0}\backslash\{1\}$ **i)** $y - xy' = \alpha\left(1 + x^2y'\right)$

j) $y + xy' = \alpha(1 + xy)$, C.I. $(1/\alpha, \alpha)$ **k)** $(x + y^2)y' = \alpha^2$ **l)** $x(y^2 + 1) + y(x^2 - 1)y' = 0$

note /12

Équations homogènes

Résoudre les équations ci-dessous, chercher les solutions maximales, discuter les éventuelles singularités.

a) $xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y$ **b)** $xy' = y + x\cos(y/x)$ **c)** $(x + y - 2) + (x - y + 4)y' = 0$

d) $x - y + xy' = 0$ **e)** $xy' = y(\ln x - \ln y$ **f)** $(8x + 4y + 1) + (4x + 2y + 1)y' = 0$

note /6

Changements d'inconnue classiques

Résoudre les équations de Bernouilli suivantes :

a) $xy' + y = y^2 \ln x$ **b)** $3xy^2y' - 2y3 = x^3$ **c)** $y' - 2ye^x = 2\sqrt{y}e^x$ **d)** $2y' \ln x + \dfrac{y}{x} = \dfrac{\cos x}{y}$

Résoudre les équations de Riccatti suivantes :

e) $xy' - y^2 + (2x+1)y = x^2 + 2x$ vérifier que $y_0(x) = x$ est une solution,

f) $x^2y' = x^2y^2 + xy + 1$ vérifier que $y_0(x) = -1/x$ est une solution,

g) $y' - y^2 + 2e^xy = e^{2x} + e^x$ vérifier que $y_0(x) = e^x$ est une solution.

En utilisant une changement d'inconnue du type $y = z^\alpha$, résoudre les équations différentielles suivantes

h) $(x^2y^2 - 1)y' + 2xy^3 = 0$ **i)** $4y^6 + x^3 = 6xy^5y'$ **j)** $(x + y^3) + 3(y^3 - x)y^2y' = 0$

note /10