



**ECOS-Nord**  
*Évaluation-orientation de la COopération Scientifique*  
Programme de coopération et de partenariat  
universitaire et scientifique  
France - Amérique Latine  
(Colombie – Mexique – Venezuela)

## COOPÉRATION SCIENTIFIQUE AVEC LA COLOMBIE

### 11<sup>ème</sup> APPEL À PROJETS

**Ouverture : 2 mai 2011**

**Clôture : 1<sup>er</sup> juillet 2011**

#### INFORMATIONS SPÉCIFIQUES

- Partenaires institutionnels en COLOMBIE : COLCIENCIAS (Institut colombien pour le développement des sciences et des technologies, secrétariat du programme), le ministère de l'Éducation nationale, ICETEX (Institut colombien d'aide à l'éducation supérieure).
- Date limite de réception des projets (fiche-projet et document annexes) : le **1<sup>er</sup> juillet 2011**, délai de rigueur. Les projets doivent parvenir par voie postale en français au secrétariat du comité ECOS Nord en deux exemplaires, dont un original sous couvert du chef d'établissement, et sous format électronique à l'adresse [ecos.nord@univ-paris13.fr](mailto:ecos.nord@univ-paris13.fr). Le partenaire colombien doit déposer son projet simultanément (dans les mêmes termes mais en langue espagnole), en utilisant le formulaire fourni par Colciencias qui émet un appel à projets similaire.
- Les projets doivent être rédigés en français. Ils pourront porter sur tous les champs de la connaissance. Toutefois, à qualité scientifique égale, les projets relevant des priorités de la coopération franco-colombienne feront l'objet d'une attention particulière. Le comité scientifique ECOS Nord est réparti en six grands champs disciplinaires. Merci de bien vouloir mettre le chiffre 1 à côté de la case de celui dont dépend votre projet. Si vous souhaitez que celui-ci soit aussi examiné dans un autre domaine, merci de mettre le chiffre 2 à côté de la case correspondante.

<input type="checkbox"/> Sciences Agronomiques, écologie et biologie animale	<input type="checkbox"/> Sciences Physiques et Chimiques
<input type="checkbox"/> Sciences Humaines et Sociales	<input type="checkbox"/> Sciences de la Santé / Biologie humaine
<input type="checkbox"/> 1 - Sciences Mathématiques et de l'informatique	<input type="checkbox"/> Sciences de la Terre et de l'Univers
- Si plusieurs établissements sont impliqués, ils désignent en concertation un seul responsable scientifique. Dans tous les cas, c'est l'établissement de rattachement du responsable de projet qui soumet le dossier au Comité ECOS-Nord.
- Chaque responsable de projet ne peut en déposer qu'un seul projet, sauf dans le cas d'un projet tripartite (voir point 11). S'il a déjà bénéficié d'une aide du programme ECOS-Nord pour un projet antérieur, celui-ci doit être terminé et avoir été soumis à une évaluation finale. Le programme ECOS n'a pas vocation à fournir des financements récurrents.
- Le responsable du projet habilité à diriger des recherches et en activité au moment du dépôt du dossier. Il ne peut y avoir qu'un seul porteur de projet pour la partie française.
- Procédures de sélection : évaluation en parallèle par des experts désignés par le Comité ECOS-Nord et son homologue colombien, puis, lors de la réunion du comité mixte, examen des résultats des évaluations et décision commune pour la sélection des projets. Cette réunion se tiendra au cours du dernier trimestre 2011 pour des projets commençant le 1<sup>er</sup> janvier 2012.
- Types d'actions retenues : collaboration sur un projet scientifique commun devant intégrer de la formation au niveau doctoral, et qui devra correspondre à un réel besoin de la part de l'établissement colombien partenaire.

9. La participation des doctorants dans les équipes constitue un des critères de sélection des projets. Les deux bénéficiaires des missions juniors doivent être nommément précisés dans le dossier. Une attention particulière sera portée aux projets mettant en réseau des laboratoires de plusieurs institutions colombiennes et françaises.
10. Durée des actions retenues : 3 ans non renouvelables, selon le principe d'annualité budgétaire. Les missions sont attribuées aux bénéficiaires chaque année, et ne peuvent être reportées d'une année sur l'autre. Les chefs de projet doivent fournir un rapport d'activité au bout de deux ans afin d'évaluer la pertinence de l'attribution d'une dernière année.
11. Un même projet peut être présenté en coopération avec deux équipes relevant de deux pays d'ECOS-Nord. Dans ce cas, les porteurs français du projet doivent répondre aux appels à projets des deux pays concernés et indiquer dans chaque dossier qu'il s'agit d'un projet tripartite.
12. Nature des soutiens d'ECOS-Nord : missions de part et d'autre pour chercheurs confirmés en activité au moment du dépôt du dossier et préalablement inscrits dans le projet initial ; stages pour étudiants en cours de thèses. ECOS-Nord assure le coût du transport jusqu'en Colombie pour les Français et celui du séjour en France pour les Colombiens, sur une base de réciprocité de la part de COLCIENCIAS.
13. Les moyens attribués à chaque projet sont notifiés au début de chacune des années de durée du projet. À titre indicatif, chaque projet retenu a reçu ces dernières années une subvention annuelle correspondant à l'exécution de deux missions, une junior et une senior, dans les deux sens.
14. Les moyens apportés par le présent programme sont destinés à favoriser les mouvements des chercheurs. Le financement des recherches proprement dites ainsi que celui des bourses doctorales relèvent des organismes qui ont cette vocation.
15. Tutelles du Comité ECOS-Nord : ministère des affaires étrangères et européennes, ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche.
16. Il appartient aux chercheurs français, notamment aux responsables de projets, de prendre toutes les dispositions utiles afin d'assurer la protection efficace et la répartition correcte de la propriété intellectuelle.
17. Nous vous invitons à consulter le site colombien : [www.colciencias.gov.co](http://www.colciencias.gov.co) et le site des comités ECOS [www.univ-paris13.fr/cofecub-ecos/](http://www.univ-paris13.fr/cofecub-ecos/)

- Adresser la fiche-projet en français en **2 exemplaires**, dont un original sous couvert du chef d'établissement, après avoir renseigné les sections 1 à 8 et inséré la ou les pages "Avis et Visa du Chef d'Etablissement", à l'adresse suivante :

**Comité ECOS Nord / Bureau A.113**

**Université Paris 13**

**99 avenue Jean-Baptiste Clément**

**93430 VILLETANEUSE**

- Nous adresser une copie électronique, de la fiche-projet et des CV des participants, à l'adresse e-mail suivante : [ecos.nord@univ-paris13.fr](mailto:ecos.nord@univ-paris13.fr)

- Joindre **obligatoirement** en deux exemplaires le *Curriculum Vitae* des **responsables français et colombiens (en espagnol ou en français)** et ceux, plus brefs, des chercheurs **français et colombiens** impliqués dans le projet.

- Vous pouvez joindre éventuellement un exemplaire du dernier rapport d'activité de votre unité.

**Contact en France** : [ecos.nord@univ-paris13.fr](mailto:ecos.nord@univ-paris13.fr) Tél : 01 49 40 44 40 Fax : 01 49 40 20 27

**Contact en Colombie** : à Colciencias, Susan Benavides Trujillo, [smbenavides@colciencias.gov.co](mailto:smbenavides@colciencias.gov.co) Tél : 6258480 poste 2120)

# COOPÉRATION SCIENTIFIQUE AVEC LA COLOMBIE

## 11<sup>ème</sup> appel d'offres : Fiche-projet

(à adresser à ECOS-Nord avec les documents annexes, au plus tard le 1<sup>er</sup> juillet 2011, le cachet de la poste faisant foi).

**Important : Trois pages d'informations spécifiques précèdent cette fiche-projet.**

- Remplissez les cadres sans modifier la taille et la disposition des zones de texte.
- Merci de développer les sigles non usuels que vous utilisez.
- Pour une meilleure lisibilité des sections 1 à 7, écrivez en caractères gras vos réponses.

Nom du responsable du projet français : SAULOY Jacques

Nom du responsable du projet colombien : ACOSTA-HUMANEZ Primitivo Belen

### 1. Intitulé du projet

Titre (en gras) :

**Equations aux q-différences et groupes quantiques**

Mots-clés (4 maximum) / Discipline : **groupes quantiques, algèbres de Hopf-Galois, équations différentielles linéaires, équations aux q-différences linéaires**

### 2. Établissements

**En France :**

Établissement : **Université Paul Sabatier Toulouse 3**

Laboratoire ou équipe (auquel appartient le responsable du projet) : **Institut de Mathématiques de Toulouse**

Statut et numéro de l'unité : **UMR 5219 CNRS**

(ex : UMR 999 CNRS)

Nom du Directeur : **Patrick Cattiaux**

**En Colombie :**

Établissement : **Universidad Sergio Arboleda**

Laboratoire (ou équipe) : **Instituto de Matemáticas y sus Aplicaciones (IMA)**

### 3. Responsables du projet

**NB : le responsable français doit être habilité(e) à diriger des recherches et en activité à la date de dépôt du projet.**

**En France :**

Nom et prénom : **SAULOY Jacques**

Grade : **Maitre de Conférences**

Adresse administrative :

**Université Paul Sabatier, Institut de Mathématiques de Toulouse**

**118 route de Narbonne, F-31062 Toulouse Cedex 9**

Téléphone : **05.61.55.76.66**

Télécopie : **05.61.55.82.00**

Mél : **jacques.sauloy@math.univ-toulouse.fr**

**En Colombie :**

Nom et prénom : **ACOSTA-HUMANEZ Primitivo Belen**

Grade : **Full time researcher**

Adresse administrative :

**Calle 74 No. 14-14, Escuela de Matemáticas, Universidad Sergio Arboleda, BOGOTA**

Téléphone : **571 3257500, ext 2153** Télécopie : **571 5400306**

Mél : **primi@ima.usergioarboleda.edu.co**

Téléphone :

Télécopie :

#### 4. Liste des chercheurs participant au projet :

\* Commencer par le porteur du projet et indiquer obligatoirement les doctorants qui y participent, même s'ils sont mentionnés par ailleurs. Chaque équipe doit comporter au minimum 3 personnes. Seuls les chercheurs figurant sur cette liste peuvent bénéficier ultérieurement de missions.

\* Rappel : les chercheurs participant à un projet ECOS-Nord doivent être en activité au moment du dépôt du projet.

Nom	Diplôme universitaire le plus élevé **	Établissement actuel d'affectation	Fonction actuelle et/ou diplôme poursuivi
En France :			
- SAULOY	Habilitation à diriger les recherches	Université Toulouse 3	Maître de Conférences
- BUGEAUD	Master en Mathématiques	Université Toulouse 3	Doctorante
- DI VIZIO	Habilitation à diriger les recherches	Institut de Math. Jussieu	Chargée de Recherche
- DREYFUS	Master en Mathématiques	Institut de Math. Jussieu	Doctorant
- CASALE	Doctorat de Mathématiques	Université de Rennes 1	Maître de Conférences
En Colombie :			
- ACOSTA-HUMANEZ	PhD in Mathematics	Universidad Sergio Arboleda	Full time researcher
- BLAZQUEZ-SANZ	PhD in Mathematics	Universidad Sergio Arboleda	Research Professor
- GALINDO-MARTINEZ	PhD in Mathematics	Universidad de los Andes	Assistant professor
- VELASQUEZ	Master in Mathematics	Universidad de los Andes	Ph.D Student
- MUÑOZ	B.S. Mathematics	Universidad Sergio Arboleda	Master student

#### 5. Résumé du projet (ne pas dépasser la limite inférieure du cadre, le projet sera détaillé section 8) :

Dans ce projet de recherche, nous nous intéressons à la fois aux problèmes de confluences d'équations aux q-différences et aux problèmes de limites classiques de systèmes quantiques.

Dans un premier temps nous étudierons la confluence de d'équations aux q-différences vers une équation différentielle et le comportement de certains générateurs de leurs groupes de Galois : monodromie, phénomènes de Stokes etc. Les thèses de Bugeaud, Dreyfus et le master de Muñoz s'incrivent dans cette perspective.

Pareillement, nous souhaitons mettre au point une théorie de Galois pour les connexions principales quantiques au dessus d'une base centrale avec le calcul différentiel usuel et étudier le comportement de l'objet galoisien (algèbre de Hopf-Galois) lorsque l'on prend une limite classique.

Enfin, nous étudierons le comportement de l'algèbre de Hopf -Galois d'une équations au q-différences quantiques (connexion principale quantique au dessus d'une base central mais avec un calcul différentiel non commutatif) lorsqu'on la fait confluer ou lorsqu'on prend sa limite classique.

## 6. Soutiens publics et privés obtenus (PCP-RU2I, CNRS, Union européenne, industriels, etc.) se rattachant au projet

Ancien projet ECOS ? NON

Si oui, indiquez le code, l'année et le nom du projet :

Autres soutiens publics dans le passé :

En cours :

**Projet ANR 10-JCJC 0105 « Equations aux q-différences »**

**Financement partiel du CIMPA pour l'école d'été « Galois theory of difference equations »**

En cours de demande :

**Coopération internationale de l'université de Rennes 1 (dépôt du dossier Oct. 2011)**

\* En France et en Colombie ; exemple : PCP, 1997-2000 ; titres complets et détails seront donnés section 8.6.

## 7. Formation doctorale

**Indiquez les étudiants colombiens et français envisagés dans le cadre du projet, en mentionnant obligatoirement les bénéficiaires, l'organisme finançant la bourse doctorale et la nature du doctorat. Une attention particulière sera portée aux doctorats en cotutelle.**

*a - Etudiants colombiens et organisme auquel la demande de bourse a été faite <sup>4</sup> :*

**Mario Andrés VELASQUEZ-MENDEZ : actuellement en thèse financée par une bourse de la Colciencias et une autre de la « Fundacion Mazda para el Arte y las Ciencias », soutenance prévue décembre 2011**

**Weimar MUÑOZ : Actuellement étudiant en Master sous la direction de David Blazquez-Sanz. Il poursuivra par une thèse sur une approche galoisiennes des automates cellulaires linéaires via les équations aux différences.**

*b - Etudiants français et organisme auquel la demande de bourse a été faite <sup>4</sup> :*

**Virginie BUGEAUD : actuellement en thèse financée par une allocation du ministère et un monitorat, soutenance prévue en décembre 2012**

**Pierre DREYFUS : actuellement en thèse financée par une allocation de la région Ile de France, soutenance prévue en décembre 2014**

## 8. Description détaillée du projet

Dans cette dernière partie, on respectera la succession des sections, mais on pourra librement, si on utilise un traitement de texte, ajuster leur taille, intercaler entre elles autant de pages que nécessaire et utiliser des annexes. Il n'est plus utile de frapper le texte en caractère gras.

N.B. : Les projets doivent être rédigés en termes strictement équivalents en français et en espagnol, des rédactions différentes pouvant être sources d'appréciations différentes de la part des experts des deux comités.

### 8.1 Identification du sujet et état des connaissances

Nous nous proposons d'étudier les équations aux  $q$ -différences linéaires et les groupes quantiques. Plus précisément nous nous intéressons aux problèmes de confluence d'équations aux  $q$ -différences vers une équation différentielle ainsi qu'à la version "quantique" de ce phénomène. Nous aborderons ce problème via l'étude de la réduction du groupe structural de fibrés principaux quantiques et son interprétation en termes de théories de Galois.

Les équations aux  $q$ -différences sont des équations fonctionnelles de la forme  $Y(qz) = A(z)Y(z)$  où  $A$  est une matrice inversible de fonctions rationnelles sur  $\mathbb{C}$  et  $Y$  est un vecteur ou une matrice de fonctions inconnues selon la formulation du problème. L'étude des solutions de ces équations, de leur classification et de leur théorie de Galois a fait l'objet de nombreux travaux depuis plus d'un siècle. Nous renvoyons à [DRSZ] pour une introduction plus complète au sujet. Sous certaines conditions, ces équations sont des discrétisations multiplicatives du temps dans des équations différentielles et redonnent de telles équations lorsque  $q$  tend vers 1 via la convergence de  $(f(qz)-f(z)) / (qz-z)$  vers  $f'(z)$ . Dans ces conditions, on dispose d'un résultat général de spécialisation du groupe de Galois  $[A]$  ainsi que de résultats plus fins dans le cas fuchsien concernant la monodromie [S].

Les groupes quantiques sont des objets plus récents. Nous renvoyons à [C-P, K] pour un survol du sujet. La partie qui nous intéresse est la quantification des algèbres de Lie classiques et les notions de fibré principal et de connexions principales pour un groupe quantique. Ces dernières ont fait l'objet de nombreux travaux depuis plus de dix ans [D] et sont un cas particulier d'algèbres de Hopf-Galois (d'espace principal). Une extension  $B \subset P$  d'algèbre est un "principal" sous une algèbre de Hopf  $A$  coagissant sur  $P$  si cette coaction se trivialise sur  $P$  i.e. induit un isomorphisme de  $P \otimes_B P$  avec  $P \otimes_C A$ . Il existe une vaste littérature concernant les algèbres de Hopf-Galois depuis les travaux de [KT].

Le but de ce projet est d'élargir le champ d'application des théories de Galois différentielles et aux  $q$ -différences à des "opérateurs quantiques" faisant alors apparaître des groupes quantiques comme groupes de Galois.

Dans [A], Y. André utilise un calcul différentiel non commutatif pour présenter de manière unifiée les équations différentielles et les équations aux  $q$ -différences. Afin de pouvoir appliquer la machinerie tannakienne, certaines hypothèses doivent être faites dont une conséquence importante est la commutativité de l'algèbre de Hopf obtenue comme objet galoisien.

Dans un travail récent F. Heiderich donne un formalisme algébrique très général pour obtenir une algèbre de Hopf  $A$  ayant des propriétés galoisiennes à partir d'une algèbre munie d'une coaction d'une algèbre de Hopf  $D$ . Pour l'instant seuls les cas où  $A$  est commutative permettent une réelle interprétation galoisienne.

D. Blazquez-Sanz a développé une approche géométrique pour les théories de Galois (différentielles et aux  $q$ -différences) basée sur des définitions originales en termes de fibrés principaux munis de connexion principales.

V. Bugeaud a explicité les opérateurs de Stokes et la structure du groupe de Galois d'une équation aux  $q$ -différences à singularité irrégulière dans le cas d'un polygone de Newton à deux pentes non entières. Ces travaux devraient permettre d'aborder le problème de la confluence des opérateurs de Stokes, complétant les travaux de J. Sauloy sur la confluence d'éléments issus de la matrice de connexion vers la monodromie et ceux de Di Vizio et Zhang [DZ].

### 8.2 Objectifs

Le premier objectif que nous nous fixons est de mettre en place une théorie de Galois pour les connexions quantiques dans le cas "semi classique" où la base  $B$  est incluse dans le centre de l'algèbre  $P$ . Nous explorerons en particulier les différences entre une quantification d'un système différentiel linéaire (E) i.e. une famille de connexions quantiques (QE) redonnant (E) lorsque  $Q=1$  et une  $q$ -déformation i.e. une famille d'équations aux  $q$ -

différences ( $qE$ ) redonnant ( $E$ ) lorsque  $q=1$ . Précisons que nous ne cherchons pas à définir un processus de quantification ou de  $q$ -déformation.

Dans un deuxième temps, les définitions de connexions quantiques seront étendues aux équations aux  $q$ -différences c'est-à-dire au cas d'une base centrale munie d'un calcul différentiel non commutatif [A].

Un deuxième objectif est de définir un groupe de Galois pour les connexions introduites ci-dessus et d'étudier son comportement lorsque  $q$  ou  $Q$  varient. Par définition  $qQE$  tend vers  $QE$  lorsque  $q$  tend vers 1 et  $QqE$  vers  $qE$  lorsque  $Q$  tend vers 1. Nous étudierons la convergence de  $QqE$  vers  $QE$  avec  $q$  (confluence) ainsi que celle de  $qQE$  vers  $qE$  avec  $Q$  (limite classique). Nous obtiendrons une description du comportement du groupe de Galois sous ces différentes spécialisations.

Dans le cas de la confluence de systèmes "classiques" ( $qE$  confue vers  $E$ ) les résultats plus précis porteront sur la confluence de certaines parties du groupe de Galois comme les opérateurs de Stokes.

Nous traiterons en détail le cas de rang deux de groupe structural classique  $SL(2,C)$  et de groupe quantique  $U_q sl(2,C)$  au dessus d'une base de dimension un :  $C(t)$ .

Enfin un objectif de première importance est de former les doctorants impliqués dans le projet ainsi que ceux de nos Universités travaillant sur des sujets connexes au notre. Nous espérons qu'ils profiteront de ce projet pour produire des travaux originaux sur ce sujet pendant ou après leur thèse.

### 8.3 Méthodologie

Nous avons déjà commencé à étudier en détail l'article d'Yves André lors de la réunion d'une partie des membres du projet en avril 2011.

Nous continuerons par l'étude approfondie des différentes notions de fibrés principaux quantiques et celle d'algèbre de Hopf-Galois. Nous dégagerons les principales notions dont nous aurons besoin. Ce travail de bibliographie approfondie incombera plus particulièrement à G. Casale, D. Bazquez Sanz et C. Galindo. Ceci correspond à notre volonté de privilégier une approche géométrique vues les difficultés pour mettre au point une approche tannakienne dans le cadre non commutatif rencontrées dans l'étude de [A].

Parallèlement, V. Bugeaud étendra ces résultats à un nombre arbitraire de pentes non entières afin de décrire précisément le groupe de Galois d'un système à singularité irrégulière. T. Dreyfus étudiera plus spécialement la confluence des opérateurs de Stokes afin d'en extraire des éléments confluant vers les opérateurs de Stokes du système différentiel.

Les contacts entre les membres du projet d'un même pays sont nombreux (groupes de recherche, conférences ou séminaires communs ...) et seront l'occasion d'échanger et d'exposer nos résultats. De plus lors de chaque voyage d'un membre du projet nous organiserons une réunion sur deux ou trois jours pour faire le point sur nos avancées.

Les compétences mathématiques de chaque participant sont complémentaires :

- J. Sauloy est un spécialiste de l'aspect galoisien des équations aux  $q$ -différences et de leur confluence vers les équations différentielles.
- V. Bugeaud a commencé à étendre les résultats de structure du groupe de Galois d'équations aux  $q$ -différences aux pentes non entières.
- Les compétences de L. DiVizio couvrent l'arithmétique des équations aux  $q$ -différences et leur comportement pour  $q$  racine de l'unité.
- Après un premier travail sur les générateurs topologiques du groupe de Galois différentiel à paramètres, T. Dreyfus commence son travail de thèse sur les problèmes de confluence d'opérateurs de Stokes.
- Une partie des recherches de D. Blazquez-Sanz et G. Casale concernent l'approche géométrique de la théorie de Galois différentielle/aux  $q$ -différences via les fibrés principaux et les groupoïdes associés.
- P. Acosta-Humaney est un spécialiste des relations entre le groupe de Galois différentiel d'un opérateur et son spectre.
- C. Galindo est un spécialiste des Algèbres de Hopf-Galois et des groupes quantiques.
- M. Velasquez finit sa thèse sur les groupes quantiques.
- W. Muñoz commencera sa thèse peu après le début de ce projet.

Enfin un certain nombre de mathématiciens ne prenant pas part au projet travaillent sur des sujets proches et participeront à certaines de nos réunions. Citons entre autres C. Hardouin (Toulouse), F. Heiderich (Jussieu) ou D. Hernandez (Jussieu).

## 8.4 Calendrier du projet

Ce projet a commencé de manière informelle lors d'un groupe de travail sur l'article d'Y. André et sur les groupes quantiques au CIRM (Marseille) en avril 2011. Ce groupe de travail a été organisé par le projet ANR Jeunes Chercheurs "q-diff".

Rencontres passées ou prévues sans financement ECOS:

- q-différences et groupes quantiques, avril 2011 au CIRM (Marseille)  
(participants du projet : L. Di Vizio, T. Dreyfus, V. Bugeaud, P.B. Acosta Humanez et G. Casale)
- Jairo Charris Seminar sur les groupes quantiques, août 2011 à Santa Marta  
(participants : C. Galindo, D. Blazquez, P.B. Acosta Humanez, M. Velasquez, W. Muñoz)
- Ecole sino-française sur les équation différentielles et fonctionnelles, avril 2012 à Wuhan (Chine)  
(participants : L. DiVizio, T. Dreyfus, J. Sauloy, V. Bugeaud, D. Blazquez Sanz et G. Casale)

Une première réunion est prévue à l'Université Sergio Arboleda en août 2012 lors de l'organisation par G. Casale et D. Blazquez-Sanz d'une école du CIMPA sur les équations aux q-différences. Tous les membres du projet seront présents lors de cette école. L'étude des notions de fibrés principaux quantiques devra être finie pour cette période afin de pouvoir mettre au point les définitions et cibler les premières difficultés. Nous comptons financer le séjour d'un permanent ainsi que d'un doctorant français pour une période de deux à trois semaines. Le choix des personnes dépendra des financements complémentaires obtenus.

Avant le printemps 2013, nous passerons à l'étude des problèmes de confluence ( $q=1$ ) et de limite classique ( $Q=1$ ) pour les équations puis en 2014 à l'étude de la spécialisation de leurs groupes de Galois.

## Références

- [A] Y. André - Différentielles non commutatives et théorie de Galois différentielle ou aux différences, *Ann. Sci. Ec. Norm. Sup.* (4) 34, No. 5, 685-739 (2001)
- [CP] V. Chari & A. Pressley - *A guide to quantum groups*, Cambridge University Press. xv, 651 p. (1995)
- [D] M. Durdevic - Geometry of Quantum Principal Bundles I & II, *Commun Math Phys* 175 (3) 457-521 (1996) & *Rev Math Phys* 9 (5) 531-607 (1997)
- [DRSZ] L. Di Vizio, J.-P. Ramis, J. Sauloy & C. Zhang - Equations aux q-différences, *Gaz. Math. Soc. Math. Fr.* 96, 20-49 (2003).
- [DZ] L. Di Vizio & C. Zhang - On q-summation and confluence, *Ann. Institut Fourier* 59 347-392 (2009)
- [K] C. Kassel - *Quantum groups*, Graduate Texts in Mathematics. 155. New York, NY: Springer-Verlag. xii, 531 p. (1995)
- [KT] H.F. Kreimer & M. Takeuchi - Hopf algebras and Galois extensions of an algebra, *Indiana Univ. Math. J.* 30 223-248 (1981)
- [S] J. Sauloy - Systèmes aux q-différences singuliers réguliers: classification, matrice de connexion et monodromie, *Ann. Inst. Fourier* 50 1021-1071 (2000)

## 8.5 Résultats escomptés au terme de l'action

**N.B. : toute publication, sur tout support (papier, affiches, film, vidéo...) y compris les résumés (abstracts) produits lors de congrès, devra impérativement mentionner le soutien du programme ECOS/COLCIENCIAS pour pouvoir être prise en compte lors de l'évaluation finale du projet.**

Les résultats mathématiques escomptés sont décrits dans la partie « Objectifs » de ce projet.

Nous organiserons un école d'été du CIMPA en août 2012 à l'Université Sergio Arboleda comprenant cinq cours d'une dizaine d'heures et quelques exposés complémentaires. Au terme de ces écoles, les cours doivent être écrits et mis à disposition sur le site internet de l'école et sur le site du CIMPA.

Les thèses effectuées avec l'aide de ce projet et soutenues pendant la période du projets seront des résultats importants.

Enfin tous les résultats obtenus seront publiés dans des revues internationales de mathématiques.



## 8.6 Antécédents de coopération

Les coopérations éventuellement mentionnées dans le paragraphe 6 devront être détaillées ici. Joindre en annexe, le cas échéant, les références des publications cosignées, thèses, équipements réalisés, projets conjoints, brevets, etc.

J. Sauloy

- Seminario Jairo Charris "Symmetries of differential and difference equations" (Bogota)
- Congreso Nacional de Matematicas (Cali)
- Model theory and algebraic dynamics (Santa Marta)

D Blazquez Sanz

- Séjour prédoctoral à l'Institut de Mathématiques de Toulouse

P.B. Acosta Humanez

- Professeur invité à l'Institut de Mathématiques de Toulouse

## 8.7 Publications

Liste des cinq publications les plus significatives des 2 équipes concernées durant les cinq dernières années (en relation ou non avec le projet) :

L. DI VIZIO - Local analytic classification of  $q$ -difference equations with  $|q|=1$ , Journal of Noncommutative Geometry, 3(1), 2009, 125 – 149

J. SAULOY - The Stokes phenomenon for  $q$ -difference equations, à paraître dans Contemporary Mathematics (AMS)(2011)

G. CASALE & J. ROQUES - Integrability of discrete Hamiltonians and difference Galois theory, Int. Math. Res. Notices Vol. 2008 (2008)

D.BLASQUEZ-SANZ & J. J. MORALES -RUIZ - Global and local aspects of Lie's superposition theorem, J. Lie Theory 20 (2010), No. 3, 483 – 517.

C. GALINDO & S. NATALE - Simple Hopf algebras and deformations of finite groups (with Sonia Natale), Mathematical Research Letters 14 (2007), no. 6, 943–954.

## 8.8 Informations complémentaires

### Cochez les cases en cas de réponse positive

Ce projet a été présenté en totalité ou en partie à un autre organisme (indiquer les moyens éventuellement obtenus) :

Ce projet a été retenu par : \_\_\_\_\_ pour la période du : \_\_\_\_\_ au : \_\_\_\_\_

Ce projet n'a été soumis à aucun organisme, même partiellement.

Le projet a aussi été déposé pour l'appel à projets ECOS en cours avec **le Venezuela / le Mexique / le Chili / l'Argentine / l'Uruguay** (rayez ou effacez la mention inutile).

En cas de réponse positive, le projet doit être déposé également dans le cadre de l'appel à projets du pays concerné.

## 8.9 Suggestion de 2 référés

Proposer les noms et adresses postales et électroniques de 2 référents en poste en France qui ne collaborent pas au projet. L'un d'eux sera sollicité, en plus d'un expert choisi par le Comité.

### **Daniel BERTRAND**

Institut de Mathématiques, Université Pierre et Marie Curie  
Case 247, 4, Place Jussieu F-75252 Paris Cédex 05  
bertrand@math.jussieu.fr

### **Changgui ZHANG**

Laboratoire Paul Painlevé  
Université Lille 1  
59655 Villeneuve d'Ascq  
E-mail: zhang@math.univ-lille1.fr

---

Date de modification : 24/02/11

**AVIS ET VISA DU  
CHEF D'ÉTABLISSEMENT N° 1**

(voir page suivante pour Établissement n° 2)

**Cette feuille devra être remise en même temps que le projet avant la date de clôture de l'appel d'offres.**

Date :

Nom, prénom et signature du **responsable français** du **projet** :

Avis, nom, prénom et signature du **responsable de l'unité de recherche** à laquelle appartient le responsable du projet :

Adresse administrative :

Avis, nom, prénom, cachet et signature du **Chef d'Établissement**<sup>5</sup> ou de son représentant dûment habilité :

Adresse administrative :

Cachet et signature précédée de la  
mention "par délégation" s'il y a lieu :

<sup>5</sup> Pour une université, il s'agit de son Président. Les UFR ne sont pas des établissements. Pour tout autre organisme de recherche et établissement d'enseignement supérieur, il s'agit du Directeur général ou de son représentant dûment habilité.

**AVIS ET VISA DU  
CHEF D'ÉTABLISSEMENT N° 2**

Les équipes mixtes appartenant à deux organismes (ou plus), en particulier le CNRS, l'INSERM, l'IRD et l'INRA, pourront, si elles souhaitent leur patronage, faire remplir cette feuille par un second Chef d'Établissement. Elle pourra parvenir à ECOS dans les 3 semaines qui suivront la clôture de l'appel à projets. Il sera inutile d'y joindre une nouvelle copie du projet.

Date :

Nom, prénom et signature du **responsable français** du projet :

Avis, nom, prénom et signature du **responsable** de l'**unité de recherche** à laquelle appartient le responsable du projet :

Adresse administrative :

Avis, nom, prénom, cachet et signature du **Chef d'Établissement**<sup>5</sup> ou de son représentant dûment habilité :

Adresse administrative :

Cachet et signature précédée de la mention  
"par délégation » s'il y a lieu :

<sup>5</sup> Pour une université, il s'agit de son Président. Les UFR ne sont pas des établissements. Pour tout autre organisme de recherche et établissement d'enseignement supérieur, il s'agit du Directeur général ou de son représentant dûment habilité.