FEUILLE D'EXERCICES 3
MASTER 2, 2008
GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE LOCALE

Exercice 0.1. Soit $I \subset \mathbb{C}\{x_1, \ldots, x_n\}$ un idéal. Montrer que $(V(I), 0) = \{0\}$ si et seulement si la dimension du quotient de $\mathbb{C}\{x_1, \ldots, x_n\}$ par I est finie.

Exercice 0.2. Soit $f \in m^2 \subset \mathbb{C}\{x_1, \ldots, x_n\}$.

(1) Montrer que si f définit une singularité de type A_1, alors $\mu(f) = \tau(f) = 1$.
(2) On suppose désormais $\mu(f) = \tau(f) = 1$. Montrer que $J(f) = m$. En déduire que la matrice hessienne de f est inversible. Conclure alors que f définit une singularité de type A_1.

Exercice 0.3. On suppose $f, g \in\subset \mathbb{C}\{x_1, \ldots, x_n\}$ équivalents (à droite). Si f est déterminée à l'ordre k, alors g est aussi déterminée à l'ordre k.

Exercice 0.4. Calculer les nombres de Milnor et de Tjurina des singularitées A_k, D_k, E_6, E_7, E_8.

Exercice 0.5. Soit $F_t \in (x_1, \ldots, x_n)\mathbb{C}\{x_1, \ldots, x_n, t\}$ une déformation de F_0. Montrer que le corang de F_t est plus petit que celui de F_0 pour t petit.

Exercice 0.6. Montrer que $f_k(x, y) = x^2y + y^k \in \mathbb{C}\{x, y\}$ est déterminée à l'ordre k.