Université de Rennes 1 2021

Devoir de géométrie algébrique réelle

À rendre pour le 10 février

Exercice 1.

(1) Soient S et T des ensembles semi-algébriques, et $h : S \to T$ un homéomorphisme semialgébrique (i.e une application semi-algébrique bijective et continue, d'inverse continue). Montrer que h^{-1} est aussi semi-algébrique.

(2) Soit A un ensemble semi-algébrique localement fermé. Montrer que A est semi-algébriquement homéomorphe à un fermé semi-algébrique.

Exercice 2.

(1) Définir le corps des séries de Puiseux à coefficients réels.

(2) Montrer qu'il existe un ordre sur ce corps.

(3) Montrer que tout élément positif pour cet ordre est un carré.

(4) Montrer qu'il existe un unique ordre sur le corps des séries de Puiseux à coefficients réels.

(5) Donner une factorisation de $y^4 - 2x^3y^2 + x^6 - x^7$ dans les séries de Puiseux.