

Contrôle du 22/12/23

Aucun document n'est autorisé. Les calculatrices et téléphones portables sont interdits. La qualité de la rédaction sera prise en compte dans l'évaluation.

Vrai ou faux.

Pour chacune des assertions suivantes, préciser si elle est vraie ou fausse puis justifier la réponse donnée. Toute réponse "vrai" ou "faux" non argumentée ne sera pas prise en compte.

1. Si trois vecteurs u, v, w d'un espace vectoriel sont deux à deux non colinéaires, alors la famille $\{u, v, w\}$ est libre.
2. Une base du sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^3 déterminée par l'équation $2x_1 + x_2 = 0$ est donnée par $\{(1, -2, 0), (1, -2, 1)\}$.
3. Il est possible de définir une application linéaire de \mathbb{R}^4 dans \mathbb{R}^3 telle que la dimension de son noyau soit le double de la dimension de son image.
4. Il est possible de définir une application linéaire de \mathbb{R}^3 dans \mathbb{R}^3 telle que la dimension de son noyau soit égale à son rang.
5. Soit $f : E \rightarrow E$ une application linéaire vérifiant $f^2 - 3f + Id = 0$. Alors f est inversible.
6. Les matrices $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ont le même rang.