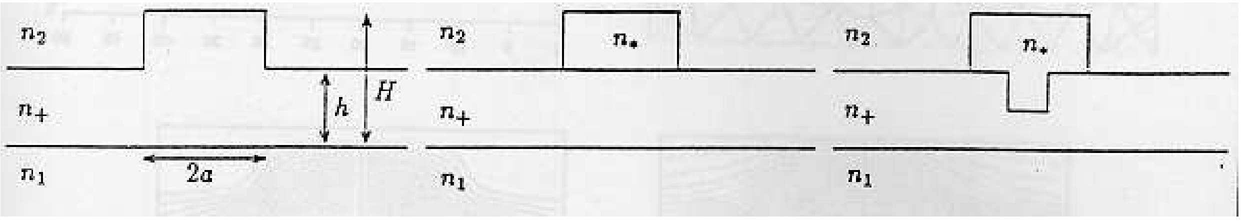
Guides Rubans à Haute Fréquence

Anne-Sophie BONNET-BENDHIA
ENSTA - SMP - Chemin de la Hunière - 91120 Palaiseau
(1) 60.10.03.18 - p. 11.73
Fabrice MAHÉ
IRMAR - Université de Rennes 1 - Campus de Beaulieu - 35042 Rennes
99.28.60.48

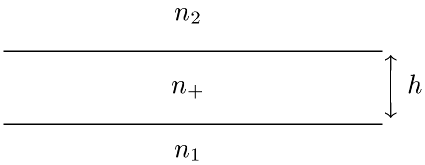
Ce travail présente des résultats théoriques et numériques sur l'évolution des modes guidés pour un guide ruban lorsque le nombre d'onde k devient grand ([1,2]). Nous adoptons le modèle scalaire valable en régime de faible guidage et nous présentons les résultats pour les 3 cas modèles définis par les profils d'indice suivants :



Guide n° 1 **Guide n° 2** **Guide n° 3**

avec $n_+ > n_* > n_1 > n_2 > 0$. Nous prendrons $n_+ = 3,44$; $n_* = 3,38$; $n_1 = 3,17$ et $n_2 = 1$ pour les calculs numériques.

Pour un nombre d'onde k, nous notons $\beta^*(k)$ la constante de propagation du mode fondamental dans le guide plan ([3]) suivant :



et $N(k)$ le nombre de modes guidés du guide ruban dont les constantes de propagation β vérifient $\beta^*(k) < \beta < kn_+$.

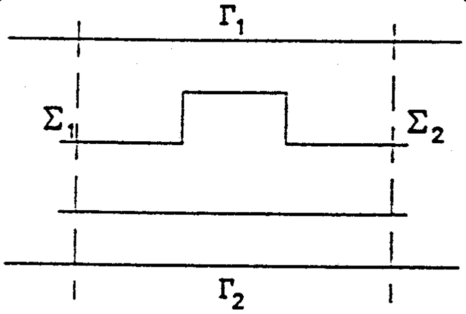
Dans tous les cas, lorsque k augmente, l'énergie du mode est de plus en plus confinée dans la région Ω_+ où l'indice est le plus fort.

Pour le guide n° 1 : lorsque k augmente, $N(k)$ tend vers le nombre de modes du guide métallique de section Ω_+.

Pour le guide n° 2 : pour tout k, $N(k)$ est borné et supérieur à 1. De plus, pour k assez grand, il n'y a plus qu'un seul mode de moins en moins confiné latéralement.

Pour le guide n° 3 : si la région d'indice n_* est assez grande, $N(k)$ est supérieur à 1 pour k petit et nul pour k grand (dans l'exemple numérique, le mode fondamental disparaît pour $k = 9$).

Pour illustrer ces résultats nous utilisons une méthode éléments finis dans un domaine rectangulaire borné par deux frontières horizontales Γ_1 et Γ_2 et deux frontières verticales Σ_1 et Σ_2 :



Les modes guidés étant bien confinés verticalement du fait de la nature stratifiée du milieu de référence, nous imposons la nullité du champ sur Γ_1 et Γ_2. Nous écrivons sur Σ_1 et Σ_2 une condition aux limites exacte en utilisant la décomposition en série du champ dans le domaine extérieur.

[1] F. MAHÉ, *Étude mathématique et numérique de la propagation d'ondes électromagnétiques dans les microguides de l'optique intégrée*, Thèse de doctorat (1993), Université de Rennes 1.
[2] A.S. BONNET-BENDHIA, G. CALOZ, F. MAHÉ, *Guided modes of integrated optical guides. A mathematical study*, à paraître.
[3] D. MARCUSE, *Theory of dielectric optical waveguides*, Academic Press, 1974.

Éléments du poster sans les résultats numériques :

Problème dans la bande horizontale infinie $\Omega = \mathbb{R}\times]e_1, e_2[$

$$\text{(1)} \qquad \begin{cases} \text{trouver } \lambda \in \mathbb{R},\ u \in H_0^1(\Omega),\ u \neq 0 \text{ tels que :} \\ -\triangle u - k^2 n^2 u = \lambda u, \qquad \text{dans } \Omega, \end{cases}$$

$n(x,y)$ étant l'indice du guide et $\bar{\Omega} = \bar{\Omega}_1 \cup \bar{\Omega}_b \cup \bar{\Omega}_2$.

Expression de $u(x,y)$ dans le domaine extérieur Ω_2

$$u(x,y) = \sum_{m\geq 1} (u, \varphi_m)_{L^2(\Sigma^+)} e^{-\sqrt{-\lambda+\gamma_m(k)}\,(x-c)} \varphi_m(y),$$

où les paires propres (γ_m, φ_m) sont les solutions de :

$$\begin{cases} \text{Trouver } \varphi \in H_0^1(]e_1, e_2[),\ \varphi \neq 0,\ \gamma \in \mathbb{R} \text{ tels que :} \\ -\dfrac{d^2\varphi}{dy^2} - k^2 \bar{n}^2 \varphi = \gamma\varphi, \qquad \text{sur }]e_1, e_2[, \\ \varphi(e_1) = \varphi(e_2) = 0, \end{cases}$$

$\bar{n}(y)$ étant l'indice du guide plan associé.

Problème dans le domaine borné $\Omega_b =]-c, c[\times]e_1, e_2[$

$$\text{(2)} \qquad \begin{cases} \text{Trouver } u \in H^1(\Omega_b),\ u \neq 0,\ \lambda \in \mathbb{R} \text{ tels que :} \\ -\triangle u - k^2 n^2 u = \lambda u, & \text{dans } \Omega_b, \\ u = 0, & \text{sur } \Gamma_1 \cup \Gamma_2, \\ \dfrac{\partial u}{\partial \nu}_{|\Sigma_1} = \displaystyle\sum_{m\geq 1} (u, \varphi_m)_{L^2(\Sigma_1)} \sqrt{-\lambda + \gamma_m(k)}\, \varphi_m(y), & \text{sur } \Sigma_1. \\ \dfrac{\partial u}{\partial \nu}_{|\Sigma_2} = -\displaystyle\sum_{m\geq 1} (u, \varphi_m)_{L^2(\Sigma_2)} \sqrt{-\lambda + \gamma_m(k)}\, \varphi_m(y), & \text{sur } \Sigma_2. \end{cases}$$

Si (u, λ) est solution de (1), alors $(u_{|\Omega_b}, \lambda)$ est solution de (2).
Réciproquement, si $(\tilde{u}, \lambda)$ est solution de (2), alors la fonction u définie par :

$$\begin{aligned} u \quad &= \tilde{u} && \text{dans } \Omega_b, \\ &= \sum_{m\geq 1} (\tilde{u}, \varphi_m)_{L^2(\Sigma_1)} e^{\sqrt{-\lambda+\gamma_m(k)}\,(x+c)} \varphi_m(y) && \text{dans } \Omega_1, \\ &= \sum_{m\geq 1} (\tilde{u}, \varphi_m)_{L^2(\Sigma_2)} e^{-\sqrt{-\lambda+\gamma_m(k)}\,(x-c)} \varphi_m(y) && \text{dans } \Omega_2, \end{aligned}$$

est telle que (u, λ) est solution de (1).