Université de Rennes 1 **2009-2010**

Licence 3 de Mathématiques

Deuxième session

GEEU : Examen du 11 juin 2010

Durée : 2 h - Aucun document autorisé

Le barème est donné à titre indicatif.

Exercices du cours *(5 points)*

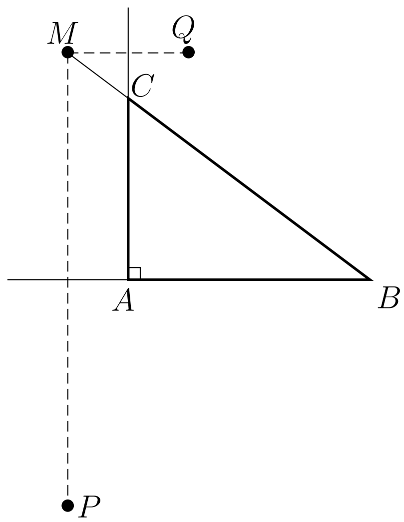
1) Soit X un espace affine. Soit $f : X \to X$ une application affine d'application linéaire associée $\vec{f} = \lambda id_{\overrightarrow{X}}$ où λ est un réel non nul. Montrer que f est une homothétie ou une translation.

2) Soient E un espace vectoriel euclidien de dimension 2 et $s : E \to X$ une réflexion. Montrer que s inverse les angles orientés de vecteurs, c'est à dire que, pour tous vecteurs non nuls u et v, $(\widehat{s(u), s(v)}) = -(\widehat{u, v})$.

3) Montrer que la parabole Γ de directrice $\mathcal{D}$ et de foyer F est le lieu des centres des cercles tangents à $\mathcal{D}$ et passant par F.

Exercice n°1 *(4 points)*

Sur la figure ci-contre, ABC est un triangle rectangle en A du plan affine euclidien orienté. M est un point de (BC) et P et Q sont les symétriques respectifs de M par rapport aux droites (AB) et (AC). On note s_1 la réflexion d'axe (AB) et s_2 la réflexion d'axe (AC).
Quelle est la nature de l'application $f = s_2 \circ s_1$?
En déduire que A est le milieu de $[PQ]$.
Montrer que $(BP)//(CQ)$.



Exercice n°2 *(3 points)*

On considère $\mathbb{R}^3$ muni de son produit scalaire usuel. Déterminer une base orthonormée $(\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ de $\mathbb{R}^3$ telle que $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$ soit une base du sous-espace vectoriel engendré par $v_1 = (2, -1, 2)$ et $v_2 = (5, -2, 3)$.

$\boxed{\textbf{Exercice n°3}}$ *(3 points)*

Dans un espace affine euclidien de dimension 3 muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$, donner l'expression analytique de la réflexion par rapport au plan $\mathcal{P}$ d'équation $x + 2y - 2z - 3 = 0$.

$\boxed{\textbf{Exercice n°4}}$ *(5 points)*

Dans le plan affine euclidien muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, on considère la courbe $\mathcal{C}$ d'équation

$$5x^2 + 8xy + 5y^2 - 28x - 26y + 32 = 0$$

1) Montrer que $\mathcal{C}$ a un centre de symétrie Ω dont on déterminera les coordonnées. Donner une équation de $\mathcal{C}$ dans le repère $(\Omega, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

2) Donner, dans un repère adapté, l'équation réduite de $\mathcal{C}$. Construire alors cette courbe dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.