Université de Rennes 1 **2009-2010**

Licence 3 de Mathématiques

GEEU : Contrôle continu du mardi 23 mars 2010

Durée : 1 h - Aucun document autorisé

$\boxed{\textbf{Exercice du cours}}$ *(4 points)*

Soit E un espace euclidien.

Montrer que si f est un automorphisme orthogonal de E alors pour tout sous-espace vectoriel F de E on a $f(F^{\perp}) = f(F)^{\perp}$.

$\boxed{\textbf{Exercice n°1}}$ *(4 points)*

Montrer que l'ensemble $F = \{(-x + y + 2z, 2x + 2y - 3, y + z + 2),\ x, y, z \in \mathbb{R}\}$ est un sous-espace affine de $\mathbb{R}^3$. Donner une base de son sous-espace vectoriel associé $\overrightarrow{F}$.

$\boxed{\textbf{Exercice n°2}}$ *(5 points)*

On considère $\mathbb{R}^4$ muni de son produit scalaire usuel. Soit F le sous-espace vectoriel engendré par $v_1 = (2, 1, 0, -2)$, $v_2 = (4, 1, 1, 0)$ et $v_3 = (2, 3, 7, -1)$. Déterminer une base orthonormée de F.

$\boxed{\textbf{Exercice n°3}}$ *(7 points)*

Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^3$ dont la matrice dans la base canonique est $A = \dfrac{1}{9}\begin{pmatrix} 4 & 1 & -8 \\ 7 & 4 & 4 \\ 4 & -8 & 1 \end{pmatrix}$

1) Montrer que f est une rotation dont on précisera l'axe.

2) Quel est l'angle de cette rotation ?