

Analyse et Probabilités 3

Test n°1 (Durée : 40 min)

NOM :

PRÉNOM :

Barème :

- Question de cours : 2 points.
 - Questions 1-6 : Entourer l'affirmation exacte.
 - 2 points pour une affirmation exacte entourée ;
 - -1 point pour une affirmation fausse entourée ;
 - 0 point en l'absence de réponse.
 - Question 7 : 2 points
-

Question de cours : Énoncer l'inégalité des accroissements finis.

Question n°1

Laquelle des affirmations suivantes est juste.

- A. Il existe une fonction f dérivable sur $[0, 2]$ telle que $f(0) = -1$, $f(2) = 4$ et $f'(x) \leq 2$ pour tout x .
- B. Il existe une fonction f dérivable sur $[0, 2]$ telle que $f(0) = -1$, $f(2) = -1$ et $f'(x) > 2$ pour tout x .
- C. Il existe une fonction f dérivable sur $[0, 2]$ telle que $f(0) = -1$, $f(2) = 4$ et $f'(x) > 2$ pour tout x .

Question n°2

Soient a, b deux réels tels que $a < b$. Soit f une fonction deux fois dérivable sur $[a, b]$ telle que $f(a) = f(b) = 0$ et $f''(x) \leq 0$ pour $x \in]a, b[$. Alors, nécessairement,

- A. Pour tout $x \in [a, b]$, $f'(x) \geq 0$.
- B. f est décroissante sur $[a, b]$.
- C. Pour tout $x \in [a, b]$, $f(x) \geq 0$.

Question n°3

Soit f une fonction continue sur un intervalle I . La fonction est uniformément continue sur I si

- A. I est un segment.
- B. f est bornée sur I .
- C. f est dérivable sur I .

Question n°4

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R}^+ par $f(x) = \int_{\sqrt{x}}^x t^2 \ln t \, dt$. Sa dérivée est donnée par

- A. $f'(x) = x^2 \ln x$.
- B. $f'(x) = x^2 \ln x + x \ln \sqrt{x}$.
- C. $f'(x) = \frac{1}{2}x(2x - 1) \ln x$.
- D. $f'(x) = x^2 \ln x - \frac{1}{4}\sqrt{x} \ln x$.

Question n°5

On considère la fonction $f : x \mapsto x$ sur l'intervalle $I = [0, 2]$. Laquelle des affirmations suivantes est juste.

- A. $\sum_{k=1}^{2n} \frac{k}{n}$ est une somme de Riemann associée à f sur I .
- B. $\sum_{k=1}^{2n} \frac{k}{n^2}$ converge vers $\frac{1}{2}$ quand $n \rightarrow +\infty$.
- C. $\sum_{k=1}^n \frac{4k}{n^2}$ converge vers 2 quand $n \rightarrow +\infty$.

Question n°6

Laquelle des affirmations suivantes est juste.

- A. Toute primitive d'une fonction positive ou nulle sur un intervalle est positive ou nulle.
- B. Toute primitive d'une fonction négative ou nulle sur un intervalle est décroissante.
- C. Toute fonction continue sur un intervalle est la primitive d'une fonction continue.

Question n°7

Donner une primitive définie sur \mathbb{R} de $f(x) = \frac{\tan x}{1 + \cos^2 x}$.