Université de Rennes

Analyse et Probabilités 2

Test du 23/04/25 (Durée : 20 min)

NOM : **PRÉNOM :**

Barème :

- Questions de cours : 6 points.
- QCM : dans chacun des quatre cas :
  - 2 points par affirmation exacte entourée ;
  - -1 point pour une affirmation fausse entourée ;
  - 0 point en l'absence de réponse.

Questions de cours

1) Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et à valeurs dans $\mathbb{R}$. Quand dit-on que f admet en le réel x_0 un maximum local ? (Donner la définition.)

2) Énoncer le théorème des accroissements finis.

QCM : Dans chacun des quatre cas ci-dessous, entourer **la ou les** affirmations exactes.

---

1 On peut dire de la limite lorsque x tend vers $+\infty$ de $1 + \dfrac{x}{e^x - 1}\cos(x)$ qu'elle :

A. vaut 1. **B.** n'existe pas. **C.** vaut $+\infty$. **D.** vaut 0.

$\boxed{\mathbf{2}}$ Soit $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ une fonction continue sur $[a, b]$ $(a < b)$. Soit $k \in \mathbb{R}$. On peut alors affirmer que :

A. Si $f(a)f(b) > 0$ alors f ne s'annule pas sur $[a, b]$.

B. Si $f(a)f(b) < 0$ et si f est décroissante sur $[a, b]$ alors f s'annule une unique fois sur $[a, b]$.

C. Si f ne s'annule pas sur $[a, b]$ alors f a un signe constant sur $[a, b]$.

D. Si le réel k est compris entre $f(a)$ et $f(b)$ alors $g : x \longmapsto f(x) - k$ s'annule au moins une fois sur $[a, b]$.

$\boxed{\mathbf{3}}$ Soit f : la fonction réelle de la variable réelle donnée par : $\forall x \in \mathbb{R}^* \quad f(x) = x^2 - x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$.

A. En posant $f(0) = 0$, on prolonge f en une fonction continue et dérivable sur $\mathbb{R}$.

B. On ne peut pas prolonger f par continuité en 0.

C. En posant $f(0) = 0$, on prolonge f en une fonction continue sur $\mathbb{R}$.

D. On a : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -1$.

E. On a : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.

$\boxed{\mathbf{4}}$ Soit $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ une fonction dérivable sur $[0, 2]$ et vérifiant $f(0) = 0$ et $f(2) < 0$. On est alors sûr que :

A. f est décroissante sur $[0, 2]$.

B. $\exists c \in]0, 2[\quad f(2) = 2f'(c)$.

C. $\forall y \in [0, 2] \quad \exists c \in [0, 2] \quad y = f(c)$.

D. Si f est strictement décroissante sur $[0, 2]$ alors f' est strictement négative sur $[0, 2]$.

E. $f(]0, 1[)$ est un intervalle.