Université de Rennes

# Analyse et Probabilités 2

**Test du 26/03/25** (Durée : 20 min)

**NOM :** **PRÉNOM :**

---

**Barème :**

- Question de cours : 4 points.
- QCM : dans chacun des quatre cas :
  - 2 points par affirmation exacte entourée ;
  - $-1$ point pour une affirmation fausse entourée ;
  - 0 point en l'absence de réponse.

---

## Question de cours

Énoncer le théorème des valeurs intermédiaires.

---

## QCM : Dans chacun des quatre cas ci-dessous, entourer **la ou les** affirmations exactes.

---

**1** On lance trois dés classiques non truqués. La probabilité d'obtenir au moins deux « 6 » est :

**A.** $1 - \dfrac{1}{6^3}$. **B.** $\dfrac{1}{6^3} + \dbinom{3}{2}\dfrac{1}{6^3}$. **C.** $\dfrac{2}{27}$. **D.** $1 - \dbinom{3}{1}\dfrac{1}{6}\dfrac{5}{6^2}$.

$\boxed{\mathbf{2}}$ Soit $f$ une fonction à valeurs réelles, définie sur une partie $D_f$ de $\mathbb{R}$. Soit $a$ est un nombre réel. On suppose que $D_f$ contient un intervalle non vide du type $]b, a[$. On peut exprimer le fait que $+\infty$ est limite de $f$ à gauche en $a$ par la formule :

**A.** $\forall M > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \in D_f \qquad (a - \delta < x < a \Longrightarrow f(x) > M)$

**B.** $\forall M > 0 \quad \exists \delta \in \mathbb{R}^+ \quad \forall x \in D_f \qquad (x \in [a - \delta, a] \Longrightarrow f(x) \geqslant M)$

**C.** $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \in D_f \qquad (a - \delta < x < a \Longrightarrow |f(x) - f(a)| \leqslant \varepsilon)$

**D.** $\forall M \in \mathbb{R} \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \in D_f \qquad (x \in [a - \delta, a] \Longrightarrow f(x) \geqslant M)$

$\boxed{\mathbf{3}}$ La limite lorsque $x$ tend vers $+\infty$ de $\quad x \exp\left(\frac{1}{x}\right) - x \quad$ est :

**A.** 1. **B.** 0. **C.** $-\infty$. **D.** $+\infty$.

$\boxed{\mathbf{4}}$ Soit $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ une fonction. Soit $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ tel que $a < b$. On est alors sûr que :

**A.** Si $f$ est continue alors $f([a, b]) = [a, b]$.

**B.** Si $f$ est continue et croissante sur $[a, b]$ alors $f$ est bijective.

**C.** Si $f(]a, b])$ n'est pas un intervalle alors $f$ n'est pas continue.

**D.** Si $f(a)f(b) < 0$ alors $f$ s'annule au moins une fois sur $[a, b]$.

**E.** Pour que $f$ soit continue sur $[a, b]$, il faut que $f$ soit majorée sur $[a, b]$.