Université de Rennes

Analyse et Probabilités 2

Test du 03/04/24 (Durée : 20 min)

NOM : **PRÉNOM :**

Barème :

- Question de cours : 4 points.
- QCM : dans chacun des six cas :
  - 2 points par affirmation exacte entourée ;
  - -1 point pour une affirmation fausse entourée ;
  - 0 point en l'absence de réponse.

Question de cours

Énoncer le théorème des valeurs intermédiaires.

QCM : Dans chacun des six cas ci-dessous, entourer **la ou les** affirmations exactes.

---

1 Une urne contient dix jetons numérotés de 0 à 9. On en tire successivement et sans remise trois. On forme alors un nombre à trois chiffres à l'aide des trois numéros tirés que l'on range dans l'ordre croissant. Combien y a-t-il de tels nombres ?

A. $\binom{10}{3}$ **B.** 360 **C.** A_{10}^{3} **D.** 120 **E.** 720

2 On se place dans un espace probabilisé fini $(\Omega, \mathbb{P})$. Si A et B sont deux évènements indépendants tels que $\mathbb{P}(A) = 0,2$ et $\mathbb{P}(A \cup B) = 0,7$ alors on est sûr que :

A. $\mathbb{P}(B) = 0,5$. **B.** $\mathbb{P}(B) = \frac{3}{7}$. **C.** $\mathbb{P}(B) = \frac{2}{7}$. **D.** $\mathbb{P}(B) = \frac{5}{8}$.

E. Il manque une information pour calculer $\mathbb{P}(B)$.

$\boxed{3}$ Soit f une fonction à valeurs réelles, définie sur une partie D_f de $\mathbb{R}$. Soit a est un nombre réel qui est une borne d'un intervalle ouvert non vide contenu dans D_f. On peut exprimer le fait que le réel ℓ est limite de f en a par la formule :

A. $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \in D_f \qquad |x-a| < \delta \text{ et } |f(x)-\ell| < \varepsilon$

B. $\forall \varepsilon \geqslant 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \in D_f \qquad (|x-a| < \delta \Longrightarrow |f(x)-\ell| < \varepsilon)$

C. $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \in D_f \qquad (|x-a| < \delta \Longrightarrow |f(x)-\ell| \leqslant \varepsilon)$

D. $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta \geqslant 0 \quad \forall x \in D_f \qquad (|x-a| \leqslant \delta \Longrightarrow |f(x)-\ell| < \varepsilon)$

E. $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \in D_f \qquad (|x-a| \leqslant \delta \Longrightarrow |f(x)-\ell| \leqslant \varepsilon)$

$\boxed{4}$ La limite lorsque x tend vers 0^+ de $\dfrac{\sin(2x)}{1-\sqrt{1+x}}$ est :

A. $-\infty$. **B.** -2. **C.** -4. **D.** 0.

$\boxed{5}$ La limite lorsque x tend vers $+\infty$ de $\dfrac{\ell n\ (2x+e^x)}{1-x}$ est :

A. -1. **B.** 0. **C.** $-\infty$. **D.** $+\infty$. **E.** $\ell n\,(2)$.

$\boxed{6}$ Soit $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ une fonction continue. Soit $(a,b) \in \mathbb{R}^2$ tel que $a < b$. On est alors sûr que :

A. $f([a,b]) = [a,b]$. **B.** $f(\mathbb{R}) = \mathbb{R}$. **C.** $f(]a,b])$ est un intervalle.

D. $f(]a,b[)$ est un intervalle ouvert.