

Calcul quantique: où en est-on?

Dimitri Petritis
IRMAR

<http://perso.univ-rennes1.fr/dimitri.petritis/>

Rennes, le 19 mai 2017

« La prévision est difficile surtout lorsqu'elle concerne l'avenir. »

Pierre Dac

De l'information et de l'informatique

- De nos jours
 - traitement,
 - transmission,
 - protectionde l'information sur **systèmes informatiques**.
- On raisonne sur des **catégories abstraites** : portes logiques, opérations logiques, fonctions booléennes, etc.
- Mais toutes les opérations logiques sur **substrat physique**.
- Information véhiculée par **vecteur** physique.

Un peu d'histoire

1959, 1981, 1986 : Trois dates capitales

Feynman¹, dans trois travaux pionniers et visionnaires, parus en 1959, 1981 et 1986, lance plusieurs idées révolutionnaires.

1959 : *There's plenty of room at the bottom*. Une « ode » en faveur de la miniaturisation. **Peut-on écrire les 25000 pages de l'Encyclopedia Britannica sur la tête d'une épingle ?** Germe de la conception du microprocesseur, des moteurs moléculaires², etc. Prévoit apparition du « mur » quantique.

1981 : *Simulating physics with computers*. Tout calcul quantique exécuté sur ordinateur classique est à complexité exponentielle.

1986 : *Quantum mechanical computers*. Évolutivité³ polynomiale vs. complexité exponentielle.

-
1. Richard Phillips Feynman 1918–1988, prix Nobel de Physique (1965).
 2. Découverts par Jean-Pierre Sauvage, né en 1944, prix Nobel de Chimie (2016).
 3. Scalability.

Qu'en est-il des prévisions de Feynman ?

Celle de 1959

1959 : IBM 7000
premier IBM transistorisé



2016 : MacBookAir avec
Intel Core i5

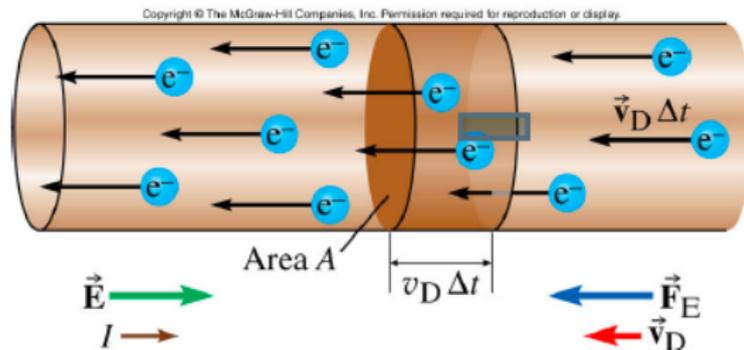


Regardez sur la table !

- Mêmes catégories logiques.
- Même vecteur de transmission : courant électrique.

Qu'est-ce le courant électrique ?

Un flux d'électrons



$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{nev_d S \Delta t}{\Delta t} = nev_d S,$$

où n = densité d'électrons libres.

Câble de cuivre : $n \simeq 10^{29}$ électrons/ m^3 .

Si $I = 2$ A et $S = 1$ mm², alors $v_d = 0.11$ mm/s.

Que se passerait-il si le vecteur était l'électron individuel ?

Peut-on utiliser des vecteurs plus rapides ?

Une théorie physique générale doit décrire tout phénomène dans l'univers

- Unités de mesure introduites lors de la Révolution pour que les grandeurs de tous les jours aient de valeurs numériques raisonnables, typiquement $10^{-3} - 10^3$.
- Longueur l : $10^{-15}m$ (rayon du proton) – $10^{26}m$ (rayon de l'univers).
- Masse m : $10^{-30}kg$ (masse de l'électron) – $10^{50}kg$ (masse de l'univers).
- Temps t : $10^{-23}s$ (temps de traversée du noyau atomique) – $10^{17}s$ (âge de l'univers).

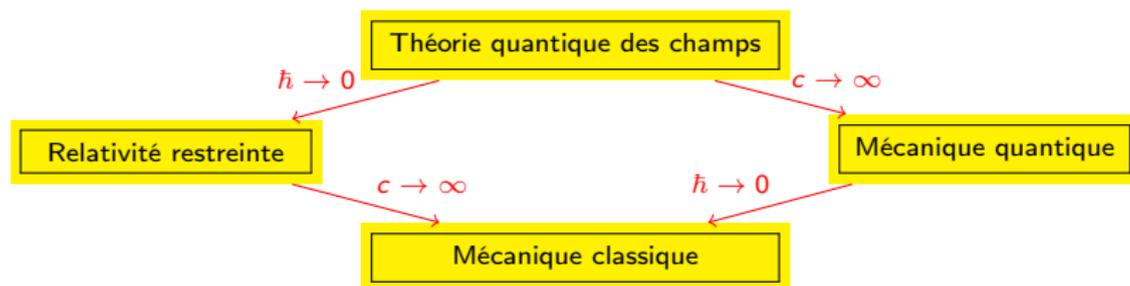
Théorie quantique des champs

Deux constantes physiques :

- constante de Planck $\hbar = 10^{-34} \text{ Js}$,
- vitesse de la lumière dans le vide $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$.

Moustique : $m = 2.5 \text{ mg}$, $v = 1 \text{ cm/s}$, $A = 2.5 \times 10^{-7} \text{ J}\cdot\text{s} = 2.5 \times 10^{27} \hbar$.

Avion de chasse : $v = \text{Mach } 2 = 680 \text{ m/s} = 2450 \text{ km/h} = 2.2 \times 10^{-6} c$.



L'inévitable « mur » quantique

[Ordre de grandeur de l'action = \hbar] \implies [phénomène quantique].

Partie mobile montre mécanique : $m = 10^{-4}\text{kg}$, $l = 10^{-4}\text{m}$, $t = 1\text{s}$.

$$A = 10^{-12}\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1} = 10^{-12}\text{J} \cdot \text{s} = 10^{22}\hbar \Rightarrow \text{classique.}$$

Atome d'hydrogène : Énergie d'ionisation = $E = 2 \times 10^{-18}\text{J}$. Pulsation maximale du spectre : $\omega = 2 \times 10^{16}\text{s}^{-1}$.

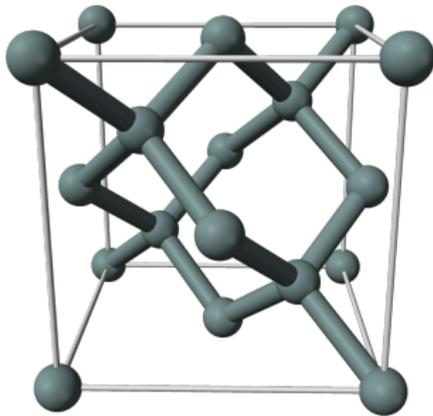
$$A = E/\omega = 10^{-34}\text{J} \cdot \text{s} = 1\hbar \Rightarrow \text{quantique.}$$

« Mur » quantique : Il doit se situer quelque part entre les deux ...

Processor	Transistor count	Year	Designer	Process	Area
Intel 4004	2 300	1971	Intel	10 000 nm	12 mm ²
Intel 8008	3 500	1972	Intel	10 000 nm	14 mm ²
Motorola 6800	4 100	1974	Motorola	6 000 nm	16 mm ²
Intel 8080	4 500	1974	Intel	6 000 nm	20 mm ²
RCA 1802	5 000	1974	RCA	5 000 nm	27 mm ²
MOS Technology 6502	3 510	1975	MOS Technology	8 000 nm	21 mm ²
Intel 8085	6 500	1976	Intel	3 000 nm	20 mm ²
Zilog Z80	8 500	1976	Zilog	4 000 nm	18 mm ²
Motorola 6809	9 000	1978	Motorola	5 000 nm	21 mm ²
Intel 8086	29 000	1978	Intel	3 000 nm	33 mm ²
Intel 8088	29 000	1979	Intel	3 000 nm	33 mm ²
Motorola 68000	68 000	1979	Motorola	3 500 nm	44 mm ²
WDC 65C02	11 500	1981	WDC	3 000 nm	6 mm ²
Intel 80186	55 000	1982	Intel	3 000 nm	60 mm ²
Intel 80286	134 000	1982	Intel	1 500 nm	49 mm ²
WDC 65C816	22 000	1983	WDC		9 mm ²
Motorola 68020	190 000	1984	Motorola	2 000 nm	85 mm ²
Intel 80386	275 000	1985	Intel	1 500 nm	104 mm ²
Multi Titan	180 000	1988	DEC WRL	1 500 nm	61 mm ²
Intel 80486	1 180 235	1989	Intel	1 000 nm	173 mm ²
R4000	1 350 000	1991	MIPS	1 000 nm	213 mm ²
Pentium	3 100 000	1993	Intel	800 nm	294 mm ²
SA-110	2 500 000	1995	Acorn/DEC/Apple	350 nm	50 mm ²
Pentium Pro	5 500 000	1995	Intel	500 nm	307 mm ²
AMD K5	4 300 000	1996	AMD	500 nm	251 mm ²
Pentium II Klamath	7 500 000	1997	Intel	350 nm	195 mm ²
AMD K6	8 800 000	1997	AMD	350 nm	162 mm ²
Pentium II Deschutes	7 500 000	1998	Intel	250 nm	113 mm ²
Pentium III Katmai	9 500 000	1999	Intel	250 nm	128 mm ²
Pentium II Mobile Dixon	27 400 000	1999	Intel	180 nm	180 mm ²
Pentium III Coppermine	21 000 000	2000	Intel	180 nm	80 mm ²
Pentium 4 Willamette	42 000 000	2000	Intel	180 nm	217 mm ²
Pentium III Tualatin	45 000 000	2001	Intel	130 nm	81 mm ²
Pentium 4 Northwood	55 000 000	2002	Intel	130 nm	145 mm ²
Itanium 2 Madison 6M	410 000 000	2003	Intel	130 nm	374 mm ²
Pentium 4 Prescott	112 000 000	2004	Intel	90 nm	110 mm ²
Itanium 2 with 9 MB cache	592 000 000	2004	Intel	130 nm	432 mm ²

Pentium 4 Prescott-2M	169 000 000	2005	Intel	90 nm	143 mm ²
Pentium D Smithfield	228 000 000	2005	Intel	90 nm	206 mm ²
Pentium 4 Cedar Mill	184 000 000	2006	Intel	65 nm	90 mm ²
Pentium D Presler	362 000 000	2006	Intel	65 nm	162 mm ²
Core 2 Duo Wolfdale	411 000 000	2007	Intel	45 nm	107 mm ²
AMD K10 quad-core 2M L3	463 000 000	2007	AMD	65 nm	283 mm ²
POWER6	789 000 000	2007	IBM	65 nm	341 mm ²
Core 2 Duo Wolfdale 3M	230 000 000	2008	Intel	45 nm	83 mm ²
Core i7 (Quad)	731 000 000	2008	Intel	45 nm	263 mm ²
AMD K10 quad-core 6M L3	758 000 000	2008	AMD	45 nm	258 mm ²
Six-core Opteron 2400	904 000 000	2009	AMD	45 nm	346 mm ²
16-core SPARC T3	1 000 000 000	2010	Sun/Oracle	40 nm	377 mm ²
Six-core Core i7 (Gulftown)	1 170 000 000	2010	Intel	32 nm	240 mm ²
8-core POWER 32M L3	1 200 000 000	2010	IBM	45 nm	567 mm ²
Quad-core z196[20]	1 400 000 000	2010	IBM	45 nm	512 mm ²
Quad-core Itanium Tukwila	2 000 000 000	2010	Intel	65 nm	699 mm ²
8-core Xeon Nehalem-EX	2 300 000 000	2010	Intel	45 nm	684 mm ²
Quad-core + GPU Core i7	1 160 000 000	2011	Intel	32 nm	216 mm ²
10-core Xeon Westmere-EX	2 600 000 000	2011	Intel	32 nm	512 mm ²
8-core AMD Bulldozer	1 200 000 000	2012	AMD	32 nm	315 mm ²
Quad-core + GPU AMD Trinity	1 303 000 000	2012	AMD	32 nm	246 mm ²
Six-core zEC12	2 750 000 000	2012	IBM	32 nm	597 mm ²
8-core Itanium Poulson	3 100 000 000	2012	Intel	32 nm	544 mm ²
61-core Xeon Phi	5 000 000 000	2012	Intel	22 nm	720 mm ²
Apple A7 (dual-core ARM64)	1 000 000 000	2013	Apple	28 nm	102 mm ²
Six-core Core i7 Ivy Bridge E	1 860 000 000	2013	Intel	22 nm	256 mm ²
12-core POWER8	4 200 000 000	2013	IBM	22 nm	650 mm ²
Xbox One main SoC	5 000 000 000	2013	Microsoft/AMD	28 nm	363 mm ²
Quad-core Core i7 Haswell	1 400 000 000	2014	Intel	22 nm	177 mm ²
8-core Core i7 Haswell-E	2 600 000 000	2014	Intel	22 nm	355 mm ²
Apple A8X (tri-core ARM64)	3 000 000 000	2014	Apple	20 nm	128 mm ²
15-core Xeon Ivy Bridge-EX	4 310 000 000	2014	Intel	22 nm	541 mm ²
18-core Xeon Haswell-E5	5 560 000 000	2014	Intel	22 nm	661 mm ²
Quad-core i7 Skylake K	1 750 000 000	2015	Intel	14 nm	122 mm ²
Duo-Core i7 Broadwell-U	1 900 000 000	2015	Intel	14 nm	133 mm ²
IBM z13	3 990 000 000	2015	IBM	22 nm	678 mm ²
IBM z13 Storage Controller	7 100 000 000	2015	IBM	22 nm	678 mm ²
22-core Xeon Broadwell-E5	7 200 000 000	2016	Intel	14 nm	456 mm ²

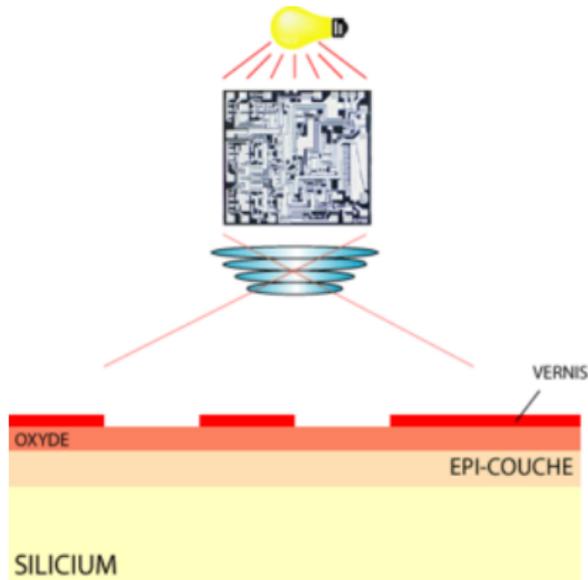
Le cristal de silicium



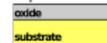
- Matériau extrait d'une matière première abondante sur terre : le sable.
- Cristallisant en structure « diamant ».
- Répétition périodique d'un cube de côté $a = 0.5431$ nm.
- Distance interatomique $\frac{\sqrt{3}}{4}a = 0.2352$ nm.

Comment fabrique-t-on un microprocesseur ?

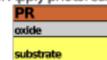
Procédé photolithographique.



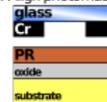
a. Prepare wafer



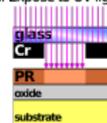
b. Apply photoresist



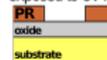
c. Align photomask



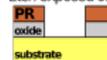
d. Expose to UV light



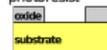
e. Develop and remove photoresist exposed to UV light



f. Etch exposed oxide



g. Remove remaining photoresist



Données techniques comparées

- Diamètre de cheveu humain $100 \mu\text{m} = 10^5 \text{ nm}$.
 - Épaisseur de trait photolithographique
 - 1971 : $10 \mu\text{m} = 10000 \text{ nm}$,
 - 2010 : $0.032 \mu\text{m} = 32 \text{ nm}$,
 - 2013 : $0.022 \mu\text{m} = 22 \text{ nm}$,
 - 2016 : $0.014 \mu\text{m} = 14 \text{ nm}$.
- Épaisseur de trait = 60 distances interatomiques.
- **Vers une pénurie d'un nouveau type** : matière première abondante mais pas assez d'atomes par unité de volume élémentaire.
 - Production du microprocesseur Skylake (Intel) à 14 nm — initialement prévue à 11 nm — retardée d'un an et épaissie de 3 nm à cause de phénomènes quantiques mal maîtrisés.

Qu'en est-il de la 3e prévision (celle de 1986) de Feynman ?

1994

Adleman : Molecular computation of solutions to combinatorial problems.

Résout problème « voyageur du commerce »
(NP-complet) par ordinateur en ADN. Travail passé
presque inaperçu, pourtant **réalisation physique.**

Shor : Algorithms for quantum computation : discrete logarithms and factoring.

Démontre la résolution d'un problème de factorisation en
temps polynomial. Travail très médiatisé, pourtant
**conception purement théorique : ordinateur universel
quantique.**

La place de la mécanique quantique

Intervient dans 35 – 40% de l'économie mondiale :

- Physique atomique et moléculaire (stabilité de matière — non-radioactive —, propriétés physiques de la matière), optique quantique (e.g. lasers), résonance magnétique nucléaire et tomographie par émission de positrons (imagerie médicale),
- sur laquelle repose chimie (théorie de la valence) et biologie (photosynthèse, structure ADN),
- physique de l'état solide (semiconducteurs, transistors),
- effet tunnel (microscope à force atomique), nanotechnologie,
- supraconductivité (trains à lévitation magnétique), superfluidité,
- ...

Une introduction rapide au formalisme

Classique	Quantique
Espace des phases	
(Ω, \mathcal{F}) mesurable	\mathbb{H} Hilbert complexe
Observables réelles (discrètes, i.e. \mathbb{X} discret)	
$X : \Omega \rightarrow \mathbb{X} \subseteq \mathbb{R}$	$X \in \mathfrak{B}(\mathbb{H})$ autoadjoint ; $\mathbb{X} = \text{spec}(X)$
États (généraux et extrémaux)	
$\rho \in \mathcal{M}_1(\Omega, \mathcal{F})$ $\rho = \delta_\omega, \omega \in \Omega$	$\rho \in \mathfrak{D}(\mathbb{H})$ $\rho = \psi\rangle\langle\psi , \psi \in \mathbb{H}, \ \psi\ = 1$
Évolution d'un système isolé	
$U : \Omega \rightarrow \Omega$ mesurable inversible	U opérateur unitaire sur \mathbb{H}
Mesure physique	
Valeur $x \in \mathbb{X}$ prise par X $\mathbb{P}(X = x) = \langle \rho, E[x] \rangle$	Valeur propre $x \in \mathbb{X}$ prise par X $\mathbb{P}(X = x) = \langle \rho, E[x] \rangle$
État conditionnel à l'observation de x	
$\rho_x(\cdot) = \frac{E[x]\rho E[x]}{\langle \rho, E[x] \rangle}$	$\rho_x(\cdot) = \frac{E[x]\rho E[x]}{\langle \rho, E[x] \rangle}$
État après observation (dans conditionnement) : $\rho' = \sum_{x \in \mathbb{X}} \mathbb{P}(X = x) \rho_x$	
$\rho' = \rho$	MAIS EN GÉNÉRAL $\rho' \neq \rho$

Plus de détails sur le formalisme.

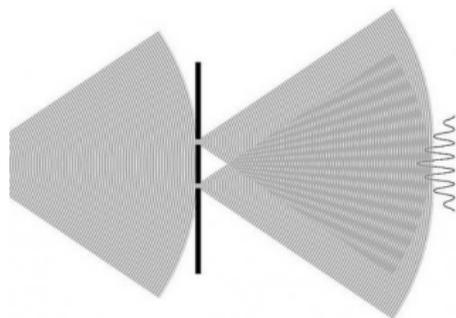
Les curiosités quantiques

et ses applications en information quantique

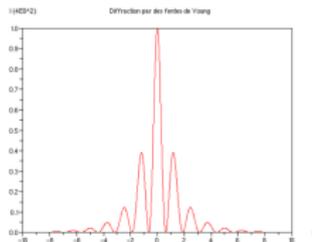
- Interférence quantique des états indiscernables. Protocoles BB84 et B92 de QKD, signature, authentication, calcul quantique, etc.
- Réduction de l'état par la mesure physique. Détection des intrusions.
- Intrication. Autres protocoles de QKD, calcul quantique, signature, authentication, etc.
- Multiplicativité des dimensions. Calcul massivement parallèle.
- Effet tunnel. Ordinateurs quantiques dédiés (D-wave), algorithmes d'optimisation.
- Décohérence. Le phénomène qui empêche le calcul quantique à grande échelle.

La superposition des ondes

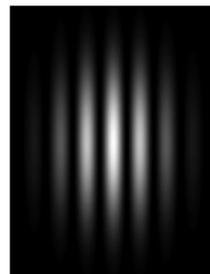
Cristianus Huygens (1629–1695), Augustin Fresnel (1788–1827)



Dispositif expérimental
Young (1801)



Intensité calculée



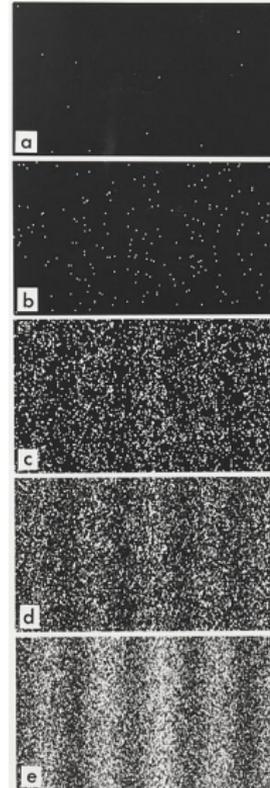
Intensité observée

L'expérience de Young

Superposition avec des électrons : expérience de Tonomura

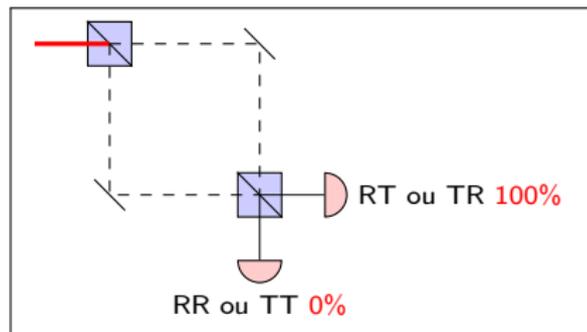
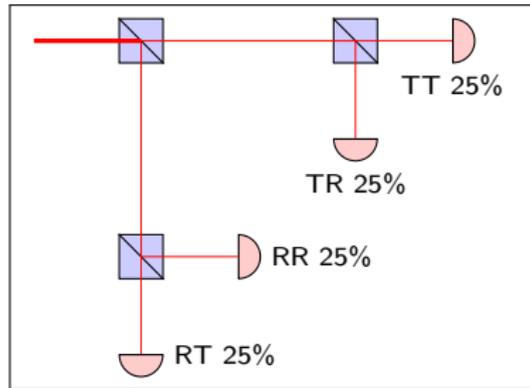
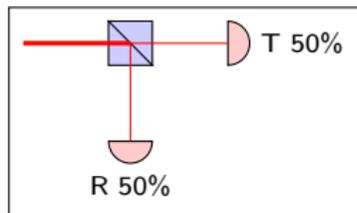
Exposé de Feynman

Expérience de
Tonomura

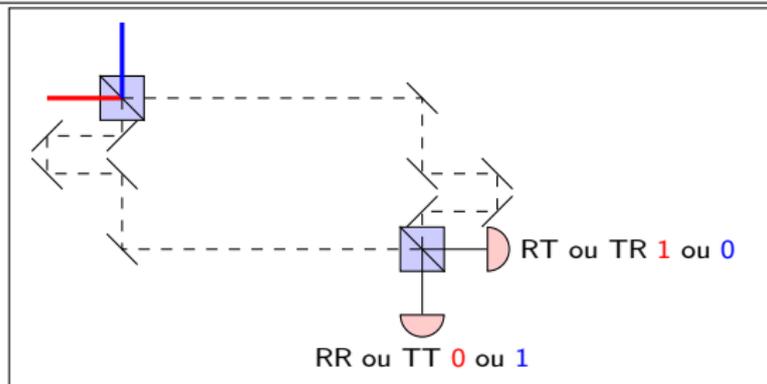
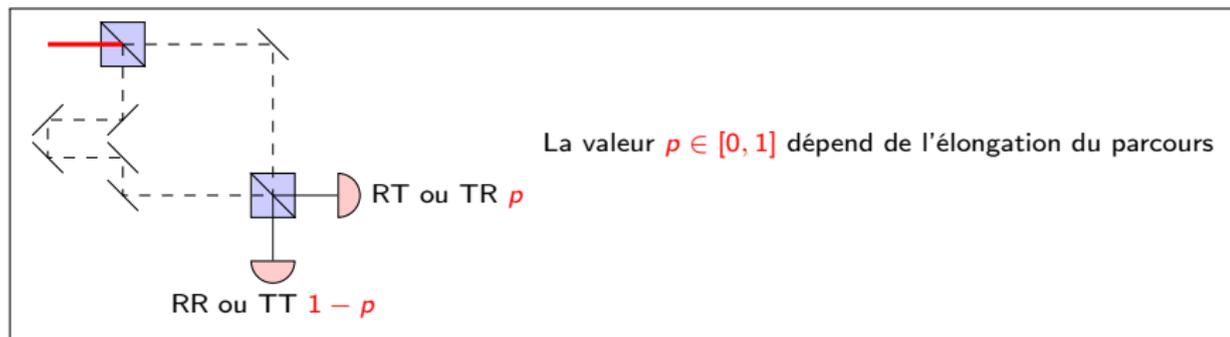


Indiscernabilité \Rightarrow superposition

Une autre interprétation de l'expérience de deux fentes (avec des photons)

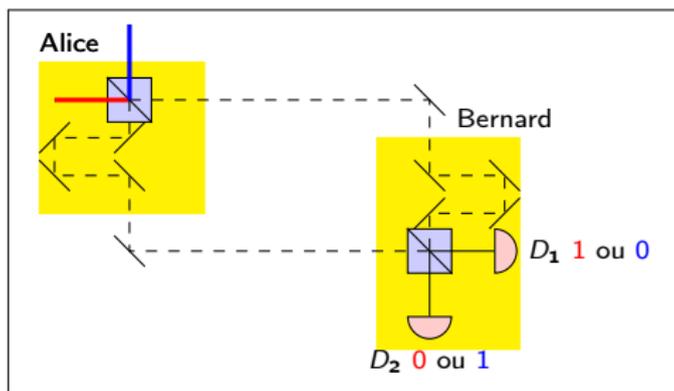


Superposition (suite)



Application

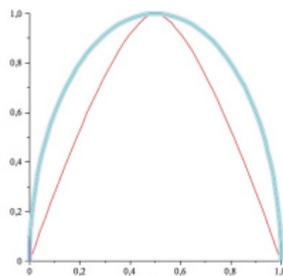
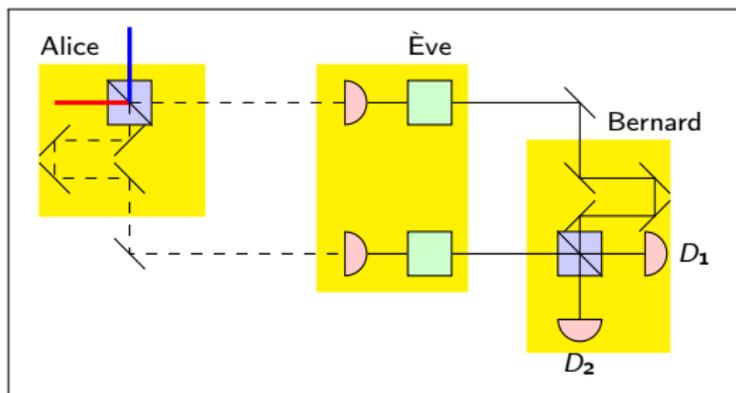
Protocole Bennett-Brassard (1984)

Choisir élongation telle que si unilatère $p = 1/2$.

Alice		Bernard	
E	ÉI	ÉI	S
0	0	0	D_1
0	0	1	D_1 ou D_2
0	1	0	D_1 ou D_2
0	1	1	D_1
1	0	0	D_2
1	0	1	D_1 ou D_2
1	1	0	D_1 ou D_2
1	1	1	D_2

Intrusion

Information mutuelle vs. taux d'erreur induite



$I(A : E)$ en fonction du taux d'erreur sur les bits de Bernard

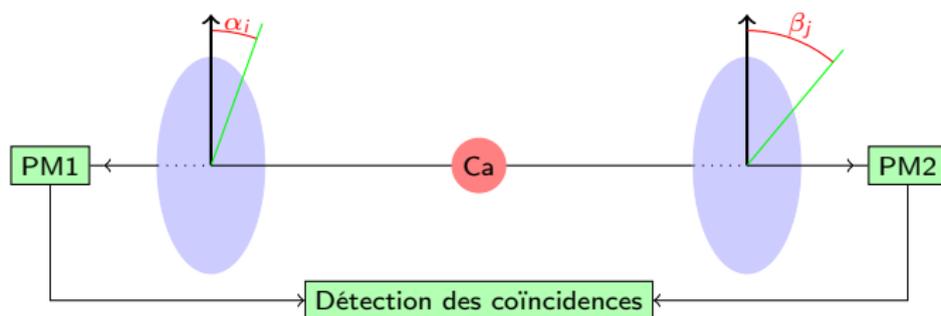
L'intrication

L'expérience d'Orsay et l'irréductibilité de l'aléa quantique

Théorème (Inégalité de Bell)

$X_1, X_2, Y_1, Y_2 \in \{0, 1\}$ v.a. *classiques* sur $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$.

$$\mathbb{P}(X_1 = Y_1) \leq \mathbb{P}(X_1 = Y_2) + \mathbb{P}(X_2 = Y_2) + \mathbb{P}(X_2 = Y_1).$$



- Expérience et formalisme quantique : $\mathbb{P}(X_\alpha = Y_\beta) = \frac{1}{2} \sin^2(\alpha - \beta)$.
- Si $\alpha_1 = 0, \alpha_2 = \pi/3, \beta_1 = \pi/2, \beta_2 = \pi/6$, alors $1 \leq 1/4 + 1/4 + 1/4$.

L'intrication à quoi ça sert ?

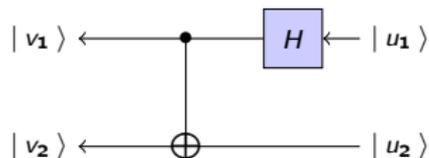
À faire du calcul quantique !

Définition

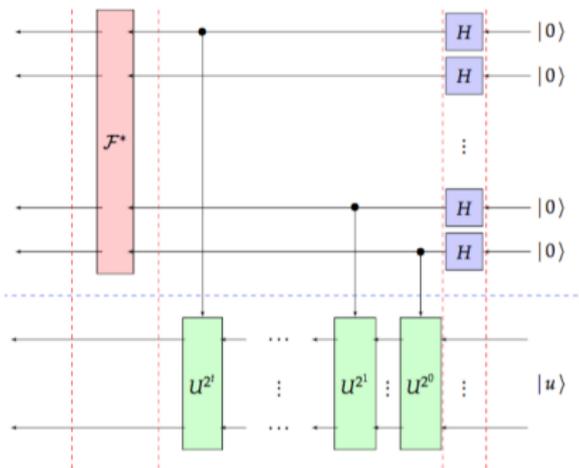
$|\Psi\rangle \in \mathbb{H}_1 \otimes \mathbb{H}_2$ **intriqué** si $|\Psi\rangle \neq |\psi_1\rangle \otimes |\psi_2\rangle$ avec $|\psi_i\rangle \in \mathbb{H}_i, i = 1, 2$.

Remarque

Intrication = phénomène purement quantique.



$$|00\rangle \mapsto \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle).$$



La décohérence

- Lorsque système croît ou se réchauffe, comportement quantique disparaît.
- Existence d'interférences l'expérience de double fentes = signature du caractère quantique.
- Neutrons, électrons, photons présentent interférences.
- Chats [de Schrödinger], voitures etc. n'en présentent pas.

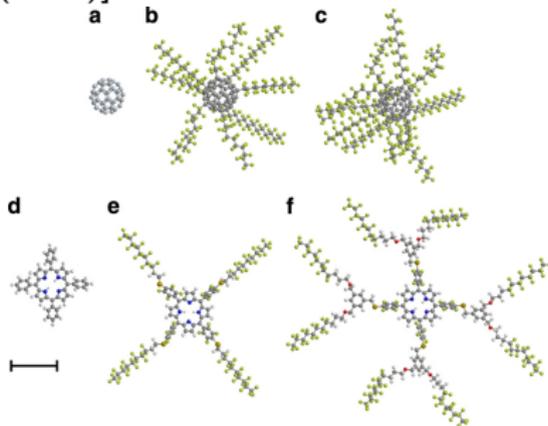
La décohérence

Seules particules subatomiques sont-elles quantiques ?

- Fullerène C_{60} avec 60 atomes [Nairz, Arndt, Zeilinger (2003)]



- Grosses molécules organiques avec jusqu'à 430 atomes [Gerlich et al (2011)]



- Matériaux supraconducteurs (10^{23} atomes) mais très froids $1mK$ 

Ce que l'on sait faire en informatique quantique

Dans un stade pré-industriel

- Générateurs de nombres **vraiment** aléatoires. **Vous pouvez même en acheter un!**
- Distribution d'une clé de cryptage à travers
 - fibre optique de 307 km [Korzhanov et al (2015)]
 - à l'air libre sur 144 km [Lo, Curty, Tamaki (2014)].
- Signature.
- Authentification.
- Communication (codage dense, téléportation, ...).

Ce que l'on sait faire en informatique quantique

Dans le stade du prototype

- Écrire (sur papier) quelques algorithmes (Grover, Shor) et des codes correcteurs d'erreurs.
- Construire prototypes d'ordinateurs « universels » pour résoudre des instances simples de l'algorithme de Shor [Vandersypen et al (2001) $15 = 3 \times 5$ avec 7 qubits par résonance magnétique nucléaire], (IBM 5 qubits, **mis à disposition du public**, factorisation).
- Corriger quelques erreurs.
- Construire ordinateur **D-Wave 2000 qubits, prix catalogue 10 MUSD** (dédié à l'optimisation par recuit par effet tunnel quantique). Les premières annonces de la compagnie ont été très controversées.

Un peu plus de détails

Implémentations universelles

Shor : Pour factoriser entier N de k bits (avec algorithme de Shor complet) en temps $\mathcal{O}(k^3)$, il faut [Beckman et al (1996)]

- $5k + 1$ qubits,
- $72k^3$ portes logiques quantiques.

$k = 4$: 21 qubits, 4608 portes,

$k = 100$: 501 qubits, 7.2×10^7 portes,

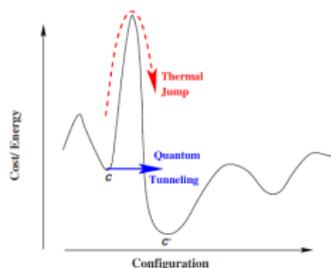
$k = 4096$: 20481 qubits, 4.95×10^{12} portes.

- $15 = 3 \times 5$ ($k = 4$). Factorisé avec 7 qubits.
- $21 = 3 \times 7$ ($k = 5$). Factorisé avec 10 qubits [Martin-López et al. (2012)].

- Optimisation :**
- $143 = 11 \times 13$ (avec 4 qubits) et $56153 = 233 \times 241$ (avec 4 qubits) [Xu et al (2012)].
 - Possibilité de factorisation $291311 = 523 \times 557$ avec 6 qubits [Dattani, Bryans (2014)]. **Non encore implémenté.**

Un peu plus de détails

Implémentations sur D-Wave



Principes des recuits simulé et quantique.

Nombres de Ramsey⁴ : $R(8, 2) = 8$ avec 84 qubits (28 calcul et 56 correction d'erreurs) en 270 ms. [Bian et al. (2013)].

Configurations optimales de protéines : benchmarks avec 81 qubits [Perdomo-Ortiz et al. (2012)].

4. $R(s, t) =$ plus petit entier n t.q. tout coloriage rouge-bleu des arêtes de K_n contient un K_s rouge et un K_t bleu.

Ce que l'on espère pouvoir faire ...

... un jour

Quand pensez-vous qu'un ordinateur quantique **universel** réellement utilisable (pour factoriser des nombres à 100 bits par exemple) verra le jour ?

Cochez une case.

- Dans 5 ans
- Dans 10 ans
- Pas durant ma vie
- Durant le 21e siècle
- Jamais

Et plus sérieusement ...

Principes de calcul quantique universel sur entrées à N bits

- Coder information sur 2^N amplitudes complexes de la fonction d'onde d'un système de N qubits⁵.
- Appliquer opérations unitaires (portes) sur $\mathbb{H}^{\otimes N}$. **Controler 2^N amplitudes complexes pour qu'elles suivent évolution désirée. Perturbations dues au bruit, imprécision de portes, interactions avec environnement, etc. doivent être supprimées.**
- Théorème du seuil [Knill et al. (1998)] : Si erreur par qubit par porte $\leq s$ ($s \simeq 10^{-4} - 10^{-6}$), des calculs quantiques arbitrairement longs sont possibles au prix d'une augmentation polynomiale ($N \rightarrow N^p$) du nombre de qubits.
- Donc le problème est résolu (du point de vue de l'informaticien(ne) théoricien(ne)).

5. Pour $N = 1000$, $2^N \simeq 10^{300} \gg 10^{85}$ (nombre de particules élémentaires dans univers visible!)

Et sa critique

[Dyakonov (2012)]

- Calcul quantique universel évolutif (scalable) repose **entièrement** sur théorème de seuil.
- Preuve du théorème de seuil repose sur ses hypothèses, supposées réalisées **exactement**.
- Dans la Nature, **il est impossible** de connaître valeurs exactes d'une variable continue. Ex. il n'est pas possible d'avoir une d'interaction nulle entre qubits, elle peut simplement être petite comparativement à l'énergie du système.
- Puisque les hypothèses ne peuvent pas être vérifiées exactement : question. Quelle est la précision requise r telle que si les hypothèses sont vérifiées à r près le théorème du seuil reste valable ?
- Tant que la question précédente n'ait pas reçu de réponse (hélas, elle n'est même pas posée) la perspective de calcul quantique évolutif sera incertaine.

Et l'argent commence à couler à flots ...

« Ce n'est pas en cherchant à perfectionner la bougie que l'on a inventé l'électricité ».

Pierre-Gilles de Gennes (1932–2007)
prix Nobel de Physique (1991)