

Travaux dirigés de probabilités pour « Outils mathématiques 4 »

Intégrales doubles calculables par intégration itérée

1. Calculer les intégrales $\int \int_D f(x, y) dx dy$ pour les choix suivants :

$f(x, y)$	D délimitée par
$y - 2x$	$(-1, 1), (2, 1), (2, 4), (-1, 4),$
$x - y$	$(2, 9), (2, 1), (-2, 1),$
xy^2	$(0, 0), (3, 1), (2, 1),$
$y + 1$	$y = \sin x, y = \cos x, x = 0, x = \pi/4,$
$x^3 \cos(xy)$	$y = x^2, y = 0, x = 2,$
$\exp(x/y)$	$y = 2x, y = -x, y = 4.$

2. Dans la suite f désigne une fonction continue sur $D \subset \mathbb{R}^2$. Dans les cas où la région D est délimitée par les courbes dont les équations sont données ci-dessous, déterminer explicitement D et exprimer l'intégrale $\int \int_D f(x, y) dx dy$ comme une intégrale itérée.
- (a) $8y = x^3, y - x = 4, 4x + y = 9,$
 - (b) $x = 2\sqrt{y}, \sqrt{3}x = \sqrt{y}, y = 2x + 5,$
 - (c) $x = \sqrt{3 - y}, y = 2x, x + y + 3 = 0,$
 - (d) $y = \exp(x), y = \ln(x), x + y = 1, x + y = 1 + e,$
 - (e) $y = \sin(x), \pi y = 2x.$
3. Pour chacune des intégrales itérées suivantes, calculer la valeur de l'intégrale en intervenant l'ordre d'intégration.
- (a) $\int_0^1 (\int_{2x}^2 \exp(y^2) dy) dx.$
 - (b) $\int_0^9 (\int_{\sqrt{y}}^3 \sin(x^3) dx) dy.$
 - (c) $\int_0^2 (\int_{y^2}^4 y \cos(x^2) dx) dy.$
 - (d) $\int_1^e (\int_0^{\ln x} y dy) dx.$
 - (e) $\int_0^8 (\int_{\sqrt[3]{y}}^2 \frac{y}{\sqrt{16+x^7}} dx) dy.$