$z \in A \quad t \in A$

$t = -z \Leftrightarrow t + z = 0_A$

$x, y \in A$

$x \times (-y) \stackrel{?}{=} -(x \times y)$

$x \times (-y) = -(x \times y)$

$\Leftrightarrow x \times (-y) + x \times y = 0_A$

$\Leftrightarrow x \times ((-y) + y) = 0_A$ distributivité

$\Leftrightarrow x \times 0_A = 0_A$

$\Leftrightarrow 0_A = 0_A$ d'après la première relation

A quelconque $(A, +, \times)$

$n \in \mathbb{N} \quad x \in A$

$$n \cdot x = \underbrace{x + x + \cdots\cdots + x}_{n \text{ fois}}$$

$n \times x$ = le produit de n par A pour la loi $\times$ sur A

$A \times A \longrightarrow A$

$(a, b) \longmapsto a \times b$

$a = n$ Pb! $n \in \mathbb{Z}$

$b = x$ $n \in A$??

$n \times x$ ne se calcule que si $\mathbb{Z} \subset A$

(par exemple $A = \mathbb{Q}$, $A = \mathbb{R}$, $A = \mathbb{C}[X]$, ...)

On a alors $\boxed{n \times x = n \cdot x}$ (se démontre)