exercices 4.7, 4.9, 4.11, 4.13, 4.15

Exercice 4.7

Indication 1. — La réponse est oui ; écrire I comme barycentre de J et K en utilisant l'associativité du barycentre

Indication 2. — En utilisant l'énoncé, exprimer K, J, G, I comme des barycentres

éléments de correction. — en appliquant deux fois l'associativité du barycentre

$$I = \mathrm{Bar}((P,1),(G,1)) = \mathrm{Bar}((P,3),(G,3)) = \mathrm{Bar}((P,3),(Q,1),(R,1),S,1))$$

$$= \mathrm{Bar}((K,4),(J,2))$$

Exercice 4.8.2

indication utiliser le calcul vectoriel

Exercice 4.9

Indication 1. — Écrire I comme barycentre de J et K

Indication 2. — Traduire l'énoncé en écrivant I,J et K comme des barycentres de deux points pondérés

Indication 3. — Remarquer que $I = \mathrm{Bar}((P,1),(R,2),(R,-2),(Q,1))$ et utiliser l'associativité du barycentre

Éléments de correction. — On $I = \mathrm{Bar}((P,1),(R,2),(R,-2),(Q,1))$ grâce à la relation

$$\overrightarrow{IP} + 2 \cdot \overrightarrow{IR} - 2 \cdot \overrightarrow{IR} + \overrightarrow{IQ} = \overrightarrow{0}$$

vraie (après simplification) par définition de I

Par ailleurs on montre que $J = \mathrm{Bar}((P,1),(R,2))$ et $K = \mathrm{Bar}((P,1),(R,2),(R,-2),(Q,1))$. (et on peut appliquer l'associativité). Par exemple, pour J, il faut montrer $\overrightarrow{JP} + 2 \cdot \overrightarrow{JR} = \overrightarrow{0}$ ce qu'on peut faire à partir de la propriété de l'énoncé définissant J et la relation de Chasles

Exercice 4.11

Indication. — Introduire $T' = \mathrm{Bar}((P,2),(Q,1))$ et montrer que T', S, R d'une part, T', P, Q d'autre part sont alignés en exprimant T' comme barycentre de S et R puis de P et Q

Exercice 4.13

Indication. — Utiliser l'associativité du barycentre, quitte à étendre un peu les résultats du cours ; sinon partir par exemple de la relation

$$(a+b)\cdot\overrightarrow{G'P'}+(a+b)\cdot\overrightarrow{G'Q'}+(a+b)\cdot\overrightarrow{G'R'}=\overrightarrow{0}$$

Rq : d'après l'énoncé, on a $a+b\neq 0$

Exercice 4.15

Indication. — Introduire G le centre de gravité du triangle $\{P,Q,R\}$ et transformer l'expression

$$\overrightarrow{MP}+\overrightarrow{MQ}+\overrightarrow{MR}$$

Éléments de correction. — $\overrightarrow{MP}+\overrightarrow{MQ}+\overrightarrow{MR}=3\cdot\overrightarrow{MG}$, on cherche donc l'ensemble des points M tel que $\overrightarrow{MG}$ et $\overrightarrow{PQ}$ sont colinéaires, c'est (si $P\neq Q$) la droite passant par G et parallèle à la droite (PQ) (n'oubliez pas de faire un dessin)

AG1