Quelques codes linéaires généraux

1. Créer le code linéaire binaire de $\mathbb{F}_2^7$ engendré par

$$(1,1,1,0,0,0,0), \quad (1,0,0,0,1,1,0,0), \quad (0,1,0,1,0,1,0), \quad (1,1,0,1,0,0,1).$$

2. Déterminer les paramètres de ce code. Vérifier que cela est compatible avec les bornes connues.

3. Calculer à la main la matrice systématique, la matrice de contrôle et vérifier le calcul de la distance minimale. Vérifier vos calculs par `Sage` .

4. Soit le mot $(0,1,1,0,1,0,0)$. Est-il dans le code ? Sinon décodez le selon le maximum de vraisemblance, d'abord à la main puis vérifier le résultat par ordinateur.

1. Créer C le code de matrice de contrôle

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

2. Donner une matrice génératrice pour C.

3. Décoder par syndrome $r = (11101)$ et $s = (11011)$.

1. On crée ensuite le code de Hamming sur $\mathbb{F}_2$ de longueur $n = 2^5 - 1$.

2. Vérifier que la distance minimale est 3.

3. En utilisant les fonctionnalités du TP précédents, vérifier que c'est un code parfait.

Codes cycliques

On s'intéresse maintenant à certains codes cycliques.

1. Créer le code cyclique de longueur 8 sur $\mathbb{F}_3$ de polynôme générateur $x^2 + 1$. Quelle est sa dimension ? Quelle est sa distance minimale ?

2. Le satellite d'exploration de Jupiter, Galileo, utilise le code de Reed-Solomon de longueur 255 et de dimension 223. Écrire un polynôme générateur pour ce code.