

# PROGRAMME DÉTAILLÉ

## 1. GÉOMÉTRIE AFFINE DANS LE PLAN ET L'ESPACE

- 1.1. **Définitions.** Espace affine, exemples, sous-espace affine, sous-espaces affine engendré par une partie
- 1.2. **Direction de droites et de plans, parallélisme.**
- 1.3. **Transformations affines.** Partie linéaire, groupe affine, exemples.
- 1.4. **Théorèmes classiques.** Thalès, Menelaüs, Ceva
- 1.5. **Coordonnées affines.** Equations de droites, de plans, faisceaux de droites, expression analytique des transformations affines, calcul de points fixes
- 1.6. **Coordonnées barycentriques.** Conditions d'alignement. Parties convexes.

## 2. UN PEU DE GÉOMÉTRIE PROJECTIVE

Complété vectoriel et projectif d'un espace affine. Unité des coniques planes.

## 3. GÉOMÉTRIE VECTORIELLE EUCLIDIENNE

- 3.1. **Définitions.** Sommes directes orthogonales. Dimension de l'orthogonal d'un sous-espace, normale à un hyperplan.
- 3.2. **Transformations.** Adjoint d'un endomorphisme ; matrice associée dans une base orthonormale. Endomorphismes symétriques, antisymétriques. Diagonalisations.
- 3.3. **Transformations orthogonales.** Automorphismes orthogonaux. Groupe orthogonal  $O(E)$ , groupe des rotations (ou spécial orthogonal)  $SO(E)$ . Matrices orthogonales. Groupes  $O(n)$  et  $SO(n)$ . Matrice associée à un automorphisme orthogonal dans une base orthonormale. Changements de base orthonormale. Réduction.
- 3.4. **Déterminant de 3 vecteurs d'un espace vectoriel euclidien orienté de dimension 3.**

## 4. GÉOMÉTRIE AFFINE EUCLIDIENNE

- 4.1. **Définitions.** Théorème de Pythagore. Position relative de deux plans dans l'espace. Plans perpendiculaires. Plan médiateur d'un segment.
- 4.2. **Calcul en coordonnées.** Repères cartésiens, polaires, cylindriques et sphériques. Changement de repère orthonormal. Equations de droites, de cercles, Calcul de la projection orthogonale d'un vecteur sur un sous-espace et de la distance d'un point à un sous-espace. minimisations.
- 4.3. **Lieux géométriques.** Puissance d'un point par rapport à un cercle. Ensemble des points  $M$  dont le rapport des distances à deux points  $A$  et  $B$  est constant, ou tels que l'angle de droites (ou de demi-droites)  $(MA, MB)$  est constant. Sphères. Intersection d'une sphère et d'un plan, de deux sphères.
- 4.4. **Isométries.** Partie linéaire, groupe des isométries, exemples, projecteurs et symétries orthogonales, décomposition en produit de réflexions. Exemples de recherche du groupe des isométries laissant globalement invariante une configuration du plan ou de l'espace. Exemples de recherche de transformations affines transformant une configuration en une autre.

4.5. **Dans le plan euclidien orienté ( $n = 2$ ).** matrice d'une rotation, angle d'une rotation, Morphisme canonique de  $\mathbb{R}$  sur  $SO(2)$ , Classification des automorphismes orthogonaux à partir du sous-espace des points invariants.

4.6. **Dans l'espace euclidien orienté ( $n=3$ ).** axe et angle d'une rotation. Les demi-tours engendrent  $SO(3)$ . Classification des automorphismes orthogonaux à partir du sous-espace des points invariants

4.7. **Similitudes.** .

4.8. **Produit vectoriel en dimension 3.** expression dans une base orthonormale directe.

4.9. **Coniques.** Définition focale, bifocale. Tangente et normale en un point. Ellipse déduite d'un cercle par affinité orthogonale. Hyperbole rapportée à ses asymptotes. Equation cartésienne d'une conique, réduction en repère orthonormal. Représentations paramétriques d'une conique. Equation polaire d'une conique dont un foyer est à l'origine, la directrice associée et l'excentricité étant données.

4.10. **Utilisation des nombres complexes.** Racines de l'unité et polygones réguliers. Adjonction d'un point à l'infini au plan complexe. Transformations  $z \mapsto a\bar{z}+b$  et  $z \mapsto \frac{az+b}{cz+d}$ . Lignes de niveau des fonctions  $z \mapsto |z - a|$ ,  $z \mapsto Arg(z - a)$ .

4.11. **Courbes et surfaces.**

## 5. CONSTRUCTIONS À LA RÈGLE ET AU COMPAS