NOM de l'étudiant(e) : ....
....

Université de Rennes 1
Licence MIPE - Mathématiques - L1 et L2
Année 2007/2008

Module BO2 - Suites et séries - Semestres S2 et S4
Contrôle continu 2 - Durée : 30 minutes
Documents et calculatrices non autorisés.
Rédiger les réponses sur cette feuille.

Exercice 1. Soient $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ deux suites réelles. On suppose que

$$\lim_{n\to+\infty} u_n = +\infty \text{ et } \lim_{n\to+\infty} v_n = +\infty.$$

1. Compléter : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n v_n = \ldots\ldots.$
2. Donner une démonstration de ce résultat (en revenant aux définitions).

T. S. V. P.

Exercice 2. Pour chacune des suites ci-dessous, dire si elle converge ou non et démontrer votre affirmation.

1. La suite $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ telle que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $w_n = (1 + \frac{(-1)^n}{2})^n$.
2. La suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ telle que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $v_n = (3^n + 2^n)^{\frac{1}{n}}$.
3. La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ telle que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = \sqrt{n + \frac{1}{n}} - \sqrt{n - \frac{1}{n}}$.

T. S. V. P.

Exercice 3. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite réelle. Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse. Dans le premier cas, la démontrer, dans le deuxième cas donner un contre-exemple.

1. Si la suite (u_n) converge, on a $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_{n+1}-u_n)=0$.
2. Si $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_{n+1}-u_n)=0$, la suite (u_n) converge.