

Contrôle continu (durée 30 mn)
(le 16/02/2018)

Nom :

Prénom :

Les documents ne sont pas autorisés

Dans la cas d'une réponse par OUI ou par NON, on demande d'entourer la bonne réponse ou de barrer la mauvaise réponse.

Exercice 1. (-0,5 pt par réponse fausse)

- (1 pt) Si D est la droite d'équation $y = 3 + 2x$ et M le point $(0, 2)$ alors la distance verticale de M à D est $d(M, D) = 2$. OUI - NON
- (1 pt) Dans la méthode des moindres carrés, on cherche la droite (représentée par son équation $y = ax + b$) qui minimise la somme des distances verticales d'un ensemble de points à la droite. OUI - NON
- (1 pt) Soit E un espace vectoriel. Pour $x, y \in E$ on définit

$$d(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{si } x = y \\ 1 & \text{si } x \neq y \end{cases}$$

- alors d est une distance. OUI - NON
- (1 pt) $N : (x, y) \mapsto |5x + 3y|$ est une norme sur \mathbb{R}^2 . OUI - NON

Exercice 2. Sur le produit scalaire.

- (1 pt) On considère deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} vérifiant $\|\vec{u}\| = 2$, $\|\vec{v}\| = 3$ et $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$. Alors on a : $(2\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{v}) = 0$. OUI - NON
- (1 pt) On considère deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} vérifiant $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\|$. Alors le vecteur $\vec{u} - \vec{v}$ est orthogonal à $\vec{u} + \vec{v}$. OUI - NON

⇒ T. S. V. P.

Exercice 3. Soit $q : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ l'application définie par :

$$q(x_1, x_2) = 4x_1^2 - 4x_1x_2 + x_2^2.$$

1. (1 pt) Quelle est la forme polaire φ associée à q ? Pour tout $x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$ et tout $y = (y_1, y_2) \in \mathbb{R}^2$, on a :

$$\varphi(x, y) =$$

2. (1 pt) Quelle est la matrice S de φ dans la base canonique de \mathbb{R}^2 ?

$$S =$$

3. (1 pt) Décomposer q en somme et/ou en différences de carrés de formes linéaires.

$$q(x) =$$

4. (1 pt) La forme quadratique q est positive. OUI - NON
5. (1 pt) La forme quadratique q est non dégénérée. OUI - NON