UNIVERSITÉ RENNES 2

Algèbre IV pour MIASHS - CC1

Controle continu (durée 30 mn)

le 14/02/2020

Nom : **Prénom :**

Les documents ne sont pas autorisés

Exercice 1 (Sur les moindres carrés).
1.1. Calculez les distances verticales des points de coordonnées $(-1,-1)$ et $(0,1)$ à la droite D d'équation $y = x - 1$.

$d((-1,-1), D) =$ $d((0,1), D) = .$

1.2. Calculez la somme $S(D)$ des carrés des distances verticales des points de coordonnées $(-1,-1)$, $(0,1)$ et $(1,0)$ à la droite D.

$S(D) =$

1.3. La droite D est-elle optimale pour minimiser la valeur de $S(D)$? Répondre par OUI ou par NON, et justifier la réponse.

Exercice 2 (Sur les formes bilinéaires). On considère la fonction $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ définie par $S(a,b) = a^2 + 2ab + 2b^2 + 2a$.
2.1. La fonction $S(\cdot)$ peut se mettre sous la forme $S(a,b) = (a+b+c_1)^2 + (b+c_2)^2 + c_3$ où les c_i sont des constantes. Identifier les valeurs des coefficients c_1 et c_2.

$c_1 =$ $c_2 =$

2.2. Déterminer ce que vaut :

$$\min_{(a,b)\in\mathbb{R}^2} S(a,b) =$$

2.3. Pour quelles valeurs a_m et b_m de a et de b ce minimum est-il atteint ?

$a_m =$ $b_m =$

Exercice 3. On se place dans le plan $\mathbb{R}^2$.

3.1 (Question de cours). On se donne deux vecteurs :

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2, \qquad y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2.$$

Que dit l'inégalité de Cauchy-Schwarz (et non Cauchy-Lipschitz comme c'était écrit) dans cette situation ?

3.2 (Normes non Euclidiennes). On demande de calculer la norme du vecteur $\binom{+3}{-4}$ selon les différentes normes que sont $\|.\|_1$ et $\|.\|_\infty$ (qui ont été définies en cours et TDs).

$\|\binom{+3}{-4}\|_1 =$ $\qquad\qquad$ $\|\binom{+3}{-4}\|_\infty =$

3.3 (Tests de normes). Les fonctions suivantes $\|x\|_\star$ définies sur $\mathbb{R}^2$ sont-elles des *normes* ? On demande d'entourer la bonne réponse (sans apporter de justification).

(a) $\|x\|_{(a)} = \sqrt{x_2^2 + 4x_2^2}$. $\qquad$ OUI - NON

(b) $\|x\|_{(b)} = |x_1| + \sqrt{|x_2|}$. $\qquad$ OUI - NON