

TD d'introduction

Exercice 1.

Soit $f : x \mapsto \sqrt{1 - x^2}$ et \mathcal{C}_f sa représentation graphique dans un repère orthonormé du plan.

- 1) Quel est l'ensemble de définition \mathcal{D}_f de f ?
- 2) **a)** Représenter graphiquement f sur \mathcal{D}_f et conjecturer la nature géométrique de \mathcal{C}_f .
b) Soit $M(x_M; y_M)$ un point du plan. Démontrer que $M \in \mathcal{C}_f$ si et seulement si $OM = 1$ et $x_M \in \mathcal{D}_f$.
c) En déduire la nature exacte de \mathcal{C}_f .
- 3) On considère $I = \int_{-1}^1 f(x) dx$.
a) Pourquoi cette intégrale est-elle bien définie ?
b) Déduire des questions précédentes la valeur de I .

4. soit f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3x$

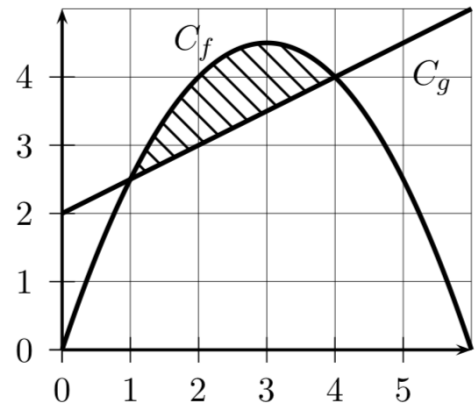
soit g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = \frac{1}{2}x + 2$

a. encadrer l'aire hachurée par deux entiers.

b. donner F et G des primitives respectives de f et g

c. calculer $\int_1^4 f(x)dx - \int_1^4 g(x)dx$ comme ci dessus.

comparer les résultats du a. et du c.



Soient φ et ψ les fonctions définies sur \mathbb{R}^+ par :

$$\varphi(x) = \int_0^x t^2 e^t dt \quad \text{et} \quad \psi(x) = (x^2 - 2x + 2)e^x.$$

1) a) Démontrer que φ et ψ sont deux primitives sur \mathbb{R}^+ d'une même fonction f que l'on précisera.

b) En déduire la relation qu'il existe entre φ et ψ .

2) Déterminer la primitive F de f telle que :

a) $F(0) = 0$

b) $F(1) = 0$