

CC1 (le 7 février 2023)**Durée 45 minutes, calculatrices et documents interdits****Exercice 1.** Donner sans justification les valeurs exactes des aires \mathcal{A} suivantes.

1. L'aire d'un quart de disque de rayon 4. $\mathcal{A} =$
2. L'aire d'un triangle rectangle isocèle dont l'hypothénuse est de longueur $2\sqrt{2}$. $\mathcal{A} =$
3. L'aire d'un triangle équilatéral de côté 2. $\mathcal{A} =$

Exercice 2. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on pose $G(x) := \int_0^{x^2} e^{-\sqrt{t}} dt$. Soit F une primitive de $x \mapsto e^{-\sqrt{x}}$.

1. Exprimer G en fonction de F .

$$G(x) =$$

2. Etant donné $x \in \mathbb{R}_+$, calculer $G'(x)$ à l'aide de la formule fournie ci-dessus.

$$G'(x) =$$

3. En déduire qu'il existe une constante $C \in \mathbb{R}$ tel que $G(x) = C - (2x + 2)e^{-x}$ pour tout $x \in \mathbb{R}_+$. On demande de justifier la réponse.

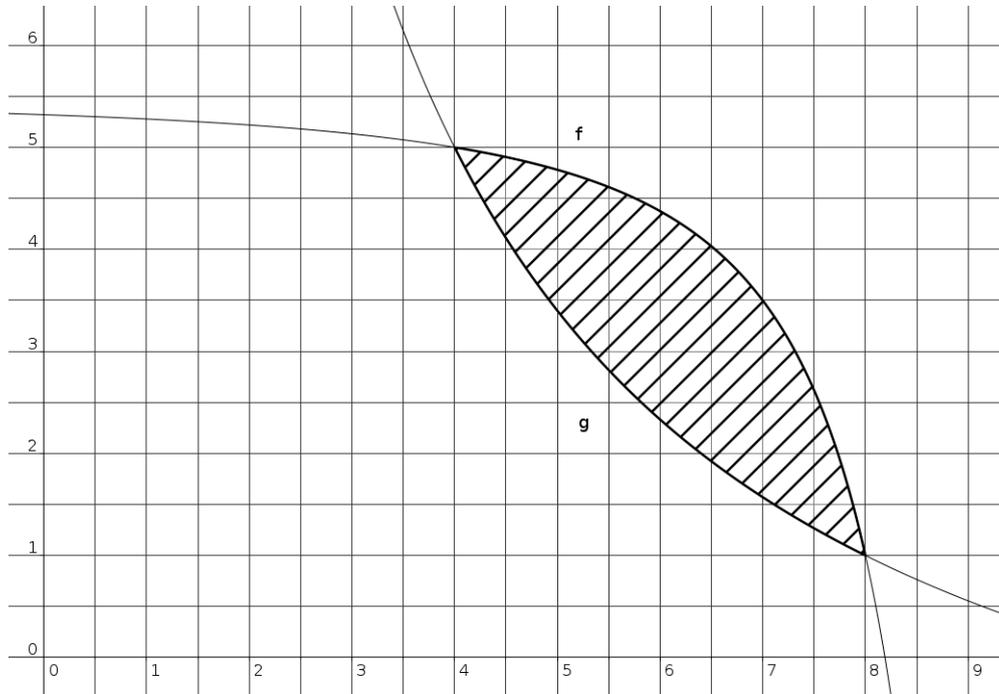
4. Déterminer la valeur de C puis expliciter G sur \mathbb{R} tout entier.

$$G(x) =$$

Exercice 3. On considère sur \mathbb{R}_+^* les deux fonctions suivantes :

$$f: x \mapsto \frac{11}{2} - \frac{18}{(x-10)^2}, \quad g: x \mapsto \frac{32}{x} - 3,$$

dont les graphes sont représentés ci-dessous :



1. Donner un encadrement à cinq unités près de l'aire \mathcal{A} qui est hachurée (faire bien attention à l'échelle prescrite!).

$$\leq \mathcal{A} \leq$$

2. Déterminer une primitive F de f , ainsi qu'une primitive G de g .

$$F(x) =$$

$$G(x) =$$

3. Exprimer en fonction de F et de G la valeur de \mathcal{A} . Justifier la réponse.

$$\mathcal{A} =$$

4. Calculer la valeur de \mathcal{A} . $\mathcal{A} =$