DS1 (07 février)

Durée 45 minutes, calculatrices et documents interdits

Exercice 1. On considère la fonction $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ qui à t associe e^t.

1. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Décrire la subdivision de $[-1, 1]$ en n sous-intervalles de mêmes longueurs.

   $$[-1,1] = \bigcup_{k=0}^{n-1} \Big[-1+ \qquad\quad , -1+ \qquad\qquad \Big].$$

2. Ecrire puis calculer la somme de Riemann $\mathcal{R}_n$ (impliquant la valeur de f à l'extrémité gauche des sous-intervalles) associée à la fonction f et à la subdivision obtenue ci-dessus.

   $$\mathcal{R}_n = \sum_{k=0}^{n-1}$$

3. On rappelle que

   $$\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = (e^x)'_{|x=0} = 1.$$

   En déduire par un passage à la limite (à justifier) la valeur de l'intégrale

   $$\int_{-1}^{1} e^t \, dt =$$

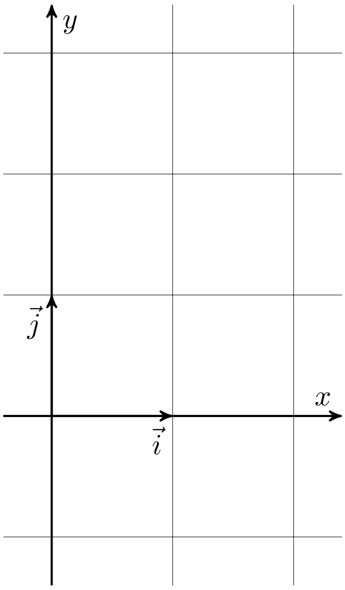
4. Retrouver ce résultat en utilisant une primitive.

   $$\int_{-1}^{1} e^t \, dt =$$

Exercice 2. On s'intéresse à la fonction $g(t) = 2t - 1$, dont on souhaite calculer de deux façons différentes l'intégrale entre 0 et 2, notée

$$A := \int_0^2 (2t-1)\,dt.$$

1. Faire ci-dessous un dessin du graphe de g sur $[0, 2]$. Identifier (en la hachurant) une surface dont l'aire correspond au nombre A (penser à tenir compte des signes dans l'intégrale pour éliminer deux triangles par compensation). En déduire (à l'aide de calcul d'aires de figures géométriques simples) la valeur de A.



2. Déterminer la primitive G de g qui vaut 0 en 0. $G(t) =$

3. En déduire par une autre méthode la valeur de A en complétant la formule ci-dessous :

$$\int_0^2 (2t-1)dt = \Big[\qquad\qquad \Big] \quad =$$