Université de Rennes I Année 2019-2020
M1 **DanF**

Cours du 30/03/2020

Le polycopié de F. Golse est la référence de base.

• Avant d'aborder ce cours, il peut être utile de réviser les Propositions et Théorèmes principaux du cours précédent ou, à défaut, le Paragraphe 5.5 qui permet de réviser ces notions dans le cadre de la transformation de Fourier partielle.

• Lire le Paragraphe 5.6. C'est l'occasion de faire le lien avec l'exercice 4 qui a été posé en DM. Bien comprendre la preuve (pas si facile) de la Proposition 5.6.4.

• Lire le Paragraphe 5.7 jusqu'à la Proposition 5.7.4 incluse. L'objectif pour l'instant est de découvrir la définition des espaces de Sobolev, et de se familiariser avec.

• Répondre aux questions qui sont posées ci-dessous, en justifiant les réponses. En particulier dire si la réponse est OUI ou NON. C'est pour le 30/03 au soir. Un corrigé sera mis en ligne ultérieurement.

I. Soit $(c_k)_{k\in\mathbb{Z}}$ une suite à croissance lente, c'est à dire vérifiant :

$$\exists (C,N) \in \mathbb{R}_+^* \times \mathbb{N}, \qquad \forall k \in \mathbb{Z}, \quad |c_k| \leqslant C\,(1+|k|)^N .$$

Alors la série de Fourier $\displaystyle\sum_{k\in\mathbb{Z}} c_k e^{ikt}$ converge dans $\mathcal{D}'(\mathbb{R})$ vers une distribution qui est 2π-périodique.

OUI - NON

II. Soit $\varphi \in \mathcal{D}(\mathbb{R})$. Montrer d'abord qu'on a :

$$\parallel \varphi \parallel_{L^\infty(\mathbb{R})} \leqslant \parallel \varphi \parallel_{H^1(\mathbb{R})} .$$

Soit maintenant $u \in H^1(\mathbb{R})$. Peut-on trouver un représentant de u qui soit continu et tende vers 0 en l'infini ?

OUI - NON