Cours du 03/04/2020

• Lire, comprendre et apprendre le paragraphe 2.1 du cours qui est accessible en suivant ce LIEN. Pour ceux qui veulent aller plus loin, il peut être utile de lire aussi le paragraphe 2.2 de cette même référence.

• Une application importante des formes quadratique est la *diagonalisation des matrices symétriques*. Le résultat principal est le Théorème qui est encadré dans ce texte. Dans un premier temps, comprendre les deux preuves ainsi que le contenu de l'énoncé. Puis apprendre par coeur le Théorème.

Exercice I. Soit $(a, b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^*$. On considère la matrice :

$$O := \begin{pmatrix} a & b & b \\ b & a & b \\ b & b & a \end{pmatrix}.$$

I.1. Déterminer les valeurs possibles de (a, b) donnant lieu à une matrice O qui est orthogonale.

I.2. On suppose désormais que la matrice O est orthogonale. Quelle autre propriété est vérifiée par O, et quelle information (en lien avec le Théorème du cours) peut-on en déduire ?

I.3. Quelle est selon le signe $\pm$ du déterminant de O, la transformation géométrique qui correspond à l'action de la matrice O ?

Exercice II. Regarder cette vidéo, et s'en inspirer pour diagonaliser la matrice symétrique :

$$A := \begin{pmatrix} 3 & -2 & 4 \\ -2 & 6 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{pmatrix},$$

c'est à dire pour trouver une matrice P (à déterminer !) telle que $A = PDP^{-1}$ avec D matrice diagonale.