UNIVERSITÉ DE RENNES 1

Distribution et ANalyse de Fourier

CC2 du 11/02/2019 (durée 20mn)

Les documents ne sont pas autorisés

Nom : **Prénom :**

Dans le cas d'une réponse par OUI *ou par* NON, *on demande d'entourer la bonne réponse (ou de barrer la mauvaise réponse). Si c'est* OUI, *donner une preuve. Si c'est* NON, *fournir un contre-exemple.*

Questions de cours. Soit Ω un ouvert non vide de $\mathbb{R}^d$, ainsi que $(T_n)_n$ une suite de distributions sur Ω. On se donne une distribution $T \in \mathcal{D}'(\Omega)$. Expliquer ce que signifie l'affirmation selon laquelle $T_n \to T$ dans $\mathcal{D}'(\Omega)$ lorsque $n \to +\infty$.

Exercice I. On considère la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ définie par $f(0) = 0$ et $f(x) = \ln|x|$ pour $x \neq 0$.

I.1) Montrer que cette fonction définit une distribution $T \in \mathcal{D}'(\mathbb{R})$.

I.2) Déterminer l'ordre de cette distribution $T \in \mathcal{D}'(\mathbb{R})$.

I.3) Quelle est la dérivée T' de la distribution T ?

$T' =$

Exercice II. Donner un exemple de distribution $T \in \mathcal{D}'(\mathbb{R})$ qui est d'ordre $+\infty$.

T.S.V.P. $\Longrightarrow$

Exercice III. Soit $T_n \in \mathcal{D}'(\mathbb{R})$ la distribution définie par $T_n(x) = 0$ si $x \leq 0$ et par $T_n(x) = n\sin(nx)$ si $x > 0$. La suite $(T_n)_n$ converge vers une masse de Dirac.

OUI - NON

Exercice IV. Soit $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{C}$ définie pour $(x, y) \neq (0, 0)$ par $f(x + iy) = (x + iy)^{-1}$, et pour $(x, y) = (0, 0)$ par $f(0, 0) = 0$.

IV.1) La fonction f permet de définir un élément $T_f \in \mathcal{D}'(\mathbb{R})$ qui est d'ordre 0.

OUI - NON

IV.2) On pose $\tilde{\partial} := \frac{1}{2}(\partial_x + i\partial_y)$. Déterminer (sans justification) ce que vaut :

$\langle \tilde{\partial} T_f, \varphi \rangle =$