

**Contrôle continu**  
**Lundi 4 Novembre 2013, 9h20 – 10h**

Documents, notes de cours ou de TD, calculatrices et téléphones portables sont interdits.  
Justifiez toutes vos réponses.

**Exercice 1** Il y a 10 boules dans une urne, dont 7 noires et 3 blanches. On tire deux boules au hasard (sans remise).

- (a) Quelle est la probabilité que les deux boules sont de la même couleur (c.à.d. qu'elles sont toutes les deux blanches ou toutes les deux noires) ? **Solution :** Les événements  $NN$  et  $BB$  sont disjoint, donc on peut additionner les probabilités :  $\mathbb{P}(\text{deux fois la même couleur}) = \mathbb{P}(NN) + \mathbb{P}(BB) = \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9} + \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{48}{90}$ . (On a donc plus de 50% de chances que les deux boules ont la même couleur.)
- (b) Sachant que les deux boules sont de la même couleur, quelle est la probabilité conditionnelle qu'elles sont toutes les deux blanches ? **Solution :**

$$\mathbb{P}(BB|NN \text{ ou } BB) = \frac{\frac{6}{90}}{\frac{48}{90}} = \frac{6}{48} = \frac{1}{8}$$

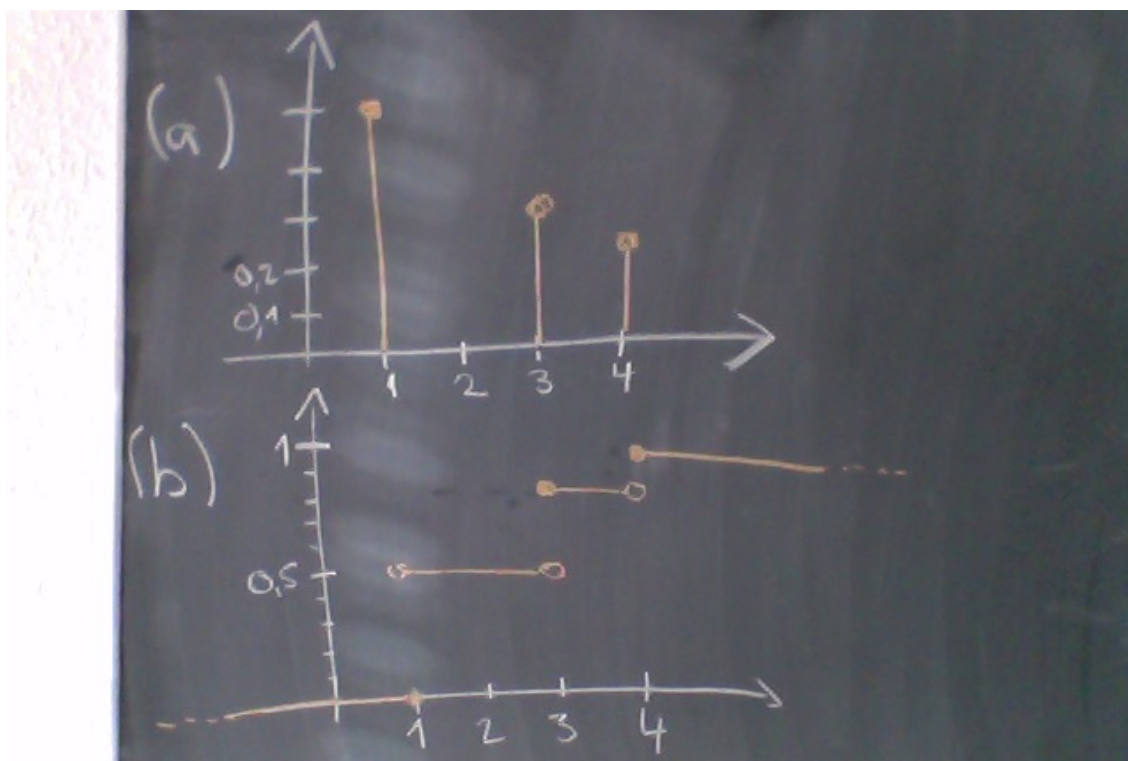
**Exercice 2** J'ai une entreprise qui fabrique des moteurs. Trois-quart de la production a lieu dans une usine A et un-quart dans une usine B. Un-tiers des moteurs sorties de A tombe en panne pendant la période de garantie, et tous les moteurs sorties de B tombent en panne pendant la période de garantie. Parmi les moteurs qui me reviennent pour réparation sous garantie, quelle proportion a été produite dans l'usine A ? (Indication : on peut utiliser la formule de Bayes)  
**Solution :**

$$\mathbb{P}(A|\text{en panne}) = \frac{\mathbb{P}(\text{en panne}|A) \cdot \mathbb{P}(A)}{\mathbb{P}(\text{en panne}|A) \cdot \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(\text{en panne}|B) \cdot \mathbb{P}(B)} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4}}{\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} + 1 \cdot \frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

**Exercice 3** Soit  $X$  une variable aléatoire qui suit la loi suivante :

$$\mathbb{P}(X = 1) = 0,5 \quad \mathbb{P}(X = 3) = 0,3 \quad \mathbb{P}(X = 4) = 0,2$$

- (a) Dessinez le diagramme en bâtons.  
(b) Dessinez le graphe de la fonction de répartition.



**Exercice 4** Vous avez trois boules dans une urne, de couleur noire, blanche, et rouge. Vous tirez trois fois, *avec remise*. Soit  $X$  le nombre de fois que vous avez tiré la boule rouge (donc  $X$  peut prendre les valeurs 0, 1, 2 et 3.)

(a) Déterminer  $\mathbb{P}(X = 2)$ . **Solution :**  $C_3^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \frac{2}{3} = 3 \cdot \frac{2}{27} = \frac{6}{27} = \frac{2}{9}$ .

(b) La variable aléatoire  $X$  suit quelle loi classique ? (Pas de justification requise.) **Solution :** une loi binomiale  $\mathcal{B}\left(3, \frac{1}{3}\right)$