Université de Rennes 1 Année 2013–2014
Module PS1 (Probabilités et Statistiques 1)

**Contrôle continu**
**Lundi 14 Octobre 2013, 9h20 – 10h**

**Exercice 1** Considérons un groupe de 10 personnes.

(a) De combien de manières différentes peut-on sélectionner 7 personnes parmi ce groupe ? (On ne tient pas compte de l'ordre.) **Solution** $C_{10}^7 = C_{10}^3 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 10 \cdot 3 \cdot 4 = 120$

(b) Si parmi les 10, il y a 6 femmes et 4 hommes, combien de façons y a-t-il de sélectionner 7 personnes, dont exactement 4 femmes ? Et si l'on sélectionne 7 parmi les 10 au hasard, quelle est la probabilité de choisir exactement 4 femmes ? **Solution** $C_6^4 \cdot C_4^3 = C_6^2 \cdot C_4^1 = \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} \cdot 4 = 60$. Donc la probabilité est $\frac{60}{120} = \frac{1}{2}$

(c) Combien de manières y a-t-il de mettre les 4 femmes et 3 hommes à la queue leu leu, avec des hommes dans les deux premières positions ? **Solution** $3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6 \cdot 20 \cdot 6 = 6 \cdot 120 = 720$.

**Exercice 2** Trois personnes choisissent chacun un nombre parmi $1, 2, 3, \ldots, 9, 10$ au hasard. Quelle est la probabilité qu'il y a au moins deux parmi les trois qui ont choisi le même nombre ? **Solution** C'est exactement comme le problème des anniversaires. Il y a $10^3 = 1000$ arrangements possibles comment A, B, et C ont pu choisir les nombres. Il y en a $10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$ où les trois nombres sont deux-à-deux différents. Donc la probabilité recherchée est $1 - \frac{720}{1000} = \frac{28}{100} = 28\%$.

**Exercice 3** Dans une élection, il y a 6 électeurs et 3 candidats A, B, et C. Combien de résultats possibles (c.à.d. distributions des 6 voix sur les trois candidats) y a-t-il ? **Solution** $C_8^2 = 28$

**Exercice 4** Considérons un dé juste (non pipé). On jette le dé une fois. Regardons les événements

$$A = \text{“Le résultat est un nombre pair”} \quad \text{et} \quad B = \text{“Le résultat est 1,2, ou 3”}$$

(a) Les événements $A$ et $B$, sont-ils dépendants ou indépendants ? **Solution** $\mathbb{P}(A) \cdot \mathbb{P}(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$, et $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(\text{“le résultat est 2”}) = \frac{1}{6}$. Comme $\frac{1}{4} \neq \frac{1}{6}$, les événements sont dépendants.

(b) Calculer la probabilité conditionnelle de $B$ sachant que $A$ est satisfait. **Solution** $\frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(A)} = \frac{1/6}{1/2} = \frac{1}{3}$.