

### Feuille d'exercices 4

#### Exercice 1

- (a) On tire 1000 nombres aléatoires qui sont distribués selon une loi exponentielle  $\mathcal{E}(2)$ . Combien des nombres tirés, à peu près, sont plus petits que 1 ?
- (b) On tire 1000 nombres aléatoires qui sont distribués selon une loi normale  $\mathcal{N}(2, 9)$ . Combien des nombres tirés, à peu près, sont entre 2 et 3 ? (Il faudra utiliser la table des valeurs de  $\Phi$ .)

**Exercice 2** Une pièce de monnaie porte sur une face l'inscription "17" et de l'autre face "20". (Ceci peut être modélisé par une variable aléatoire  $X$  de loi  $\mathbb{P}(X = 17) = 0,5$  et  $\mathbb{P}(X = 20) = 0,5$ .) Trouver l'espérance et la variance de  $X$ . Indication : comparer avec la loi de Bernoulli  $\mathcal{B}(1, \frac{1}{2})$

**Exercice 3** Soient  $X$  et  $Y$ , deux variables aléatoires de Bernoulli de même paramètre  $p$ ,  $0 < p < 1$ , indépendantes. On définit les variables aléatoires  $S = X + Y$  et  $D = X - Y$ .

- (a) Calculer  $Cov(S, D)$ .
- (a) Les variables  $S$  et  $D$ , sont-elles indépendantes ?

**Exercice 4** Soient  $X: \Omega \rightarrow \{0, 2, 4\}$  et  $Y: \Omega \rightarrow \{0, 1, 2, 3\}$  deux variables aléatoires. Nous supposons que les probabilités  $\mathbb{P}(X = i, Y = j)$  sont comme indiqués dans le tableau suivant.

$X \setminus Y$	0	1	2	3
0	2/48	6/48	3/48	1/48
2	4/48	12/48	6/48	2/48
4	2/48	6/48	3/48	1/48

- (a) Déterminer la loi de  $X$ . Déterminer la loi de  $Y$ .
- (b) Les variables aléatoires  $X$  et  $Y$ , sont-elles indépendantes ?

**Exercice 5**

- (a) Soient  $X$  et  $Y$  des variables aléatoires distribués selon des lois binomiales  $X \sim \mathcal{B}(5, \frac{1}{3})$  et  $Y \sim \mathcal{B}(8, \frac{1}{3})$ . Déterminer la loi de  $X+Y$ . Indication : on peut résoudre cette question par un calcul, mais il est plus simple de penser à l'interprétation de cette question en termes de jeu de pile ou face.
- (b) (Difficile) Soient  $X$  et  $Y$  des variables aléatoires  $X \sim \mathcal{P}(2)$  et  $Y \sim \mathcal{P}(\frac{3}{2})$ . Déterminer la loi de  $X+Y$ .