

## Feuille d'exercices 2

**Exercice 1** Une urne contient 12 boules numérotées de 1 à 12. On en tire une au hasard, et on considère les événements :  $A =$  “tirage d’un nombre pair”,  $B =$  “tirage d’un multiple de 3”.

- (a) Les événements  $A$  et  $B$  sont-ils indépendants ?
- (b) Reprendre la question avec une urne contenant 13 boules.

**Exercice 2** Une urne contient des jetons, dont chacun est rouge ou noir, et étiqueté “X” ou “Y”. Lors du tirage d’un jeton, la probabilité d’en tirer un rouge est  $3/5$  ; d’en tirer un étiqueté “Y” est  $2/3$  ; et d’en tirer un qui est rouge et “X” est  $p$ .

- (a) Que vaut la probabilité d’en tirer un qui est noir et “Y” ?
- (b) Pour quelles valeurs de  $p$  les événements “noir” et “Y” sont-ils indépendants ?

**Exercice 3** Soient  $X$  et  $Y$  deux individus dont les durées de vie sont indépendantes et sont telles que  $\mathbb{P}(X \text{ vive encore 9 ans}) = \frac{4}{5}$ ,  $\mathbb{P}(Y \text{ vive encore 9 ans}) = \frac{3}{5}$ . Calculer les probabilités que :

- (a)  $X$  et  $Y$  vivent encore 9 ans ;
- (b) l’un des 2 au moins vive encore 9 ans ;
- (c)  $X$  seulement vive encore 9 ans ;
- (d)  $X$  vive encore 9 ans sachant que l’un des 2 au moins vivra encore 9 ans.

**Exercice 4** Une urne contient 3 boules blanches et 7 boules noires. Quand une boule est tirée, on la remet dans l’urne, avec 5 boules de la même couleur. On effectue ainsi deux tirages au hasard. Quelle est la probabilité que la première boule tirée soit noire sachant que la seconde est blanche ?

**Exercice 5** Un livre a une probabilité de  $\frac{1}{3}$  de se trouver dans une commode comportant 5 tiroirs, et des chances égales de se trouver dans chacun des tiroirs.

- (a) On ouvre les 4 premiers tiroirs, sans le trouver ; quelle est la probabilité de le trouver dans le dernier tiroir ?

- (b) On ouvre les 2 premiers tiroirs, sans le trouver ; quelle est la probabilité de le trouver dans le dernier tiroir ? dans l'un des 3 derniers tiroirs ?

**Exercice 6** Le quart d'une population est vacciné contre le choléra. Au cours d'une épidémie, on constate qu'il y a parmi les malades un vacciné pour 4 non-vaccinés. En plus, parmi les vaccinés il y a une personne sur 12 qui tombe malade. Quelle est la probabilité qu'un non-vacciné tombe malade ?

**Exercice 7** Le gérant d'un magasin d'informatique a reçu un lot de boîtes de CD-ROM. 5% des boîtes sont abîmées. Le gérant estime que 60% des boîtes abîmées contiennent au moins un CD-ROM défectueux et que 98% des boîtes non abîmées ne contiennent aucun CD-ROM défectueux. Un client achète une boîte du lot. On désigne par  $A$  l'évènement : "la boîte est abîmée" et par  $D$  l'évènement "la boîte achetée contient au moins un disque défectueux".

- (a) Donner les probabilité  $\mathbb{P}(A)$ ,  $\mathbb{P}(A^c)$ ,  $\mathbb{P}(D|A)$ ,  $\mathbb{P}(D|A^c)$ ,  $\mathbb{P}(D^c|A)$  et  $\mathbb{P}(D^c|A^c)$ .
- (b) Le client constate qu'un des CD-ROM acheté est défectueux. Quelle est la probabilité pour qu'il ait acheté une boîte abîmée ?

**Exercice 8** Dans une population on trouve une proportion de  $\frac{1}{10000}$  individus qui portent un certain virus. Il y a un test pour la présence de ce virus. Ce test n'est pas parfait : si un individu porte le virus, alors le test le détecte avec une probabilité de 0,99. Si un individu ne porte pas le virus, le test donne un résultat positif (erroné) avec probabilité de 0,001.

- (a) Si on tire un individu au hasard de la population, on lui fait passer le test, et le résultat est positif, quelle est la probabilité qu'il porte vraiment le virus ?
- (b) À première vue, le résultat obtenu en (a) est extrêmement surprenant ! Expliquez-le en quelques phrases françaises.