

Feuille d'exercices 1

Exercice 1 On considère une expérience pour laquelle deux événements A , B sont possibles. En utilisant les symboles de réunion, d'intersection et de complémentaire exprimer, en fonction de A et B , les évènements suivants :

- (a) seul A est réalisé ;
- (b) A et B sont réalisés ;
- (c) A ou B sont réalisés ;
- (d) ni A , ni B , ne sont réalisés.

Exercice 2 Raymond Queneau a écrit un ouvrage intitulé Cent mille milliards de poèmes. Il est composé de 10 pages contenant chacune 14 vers. Le lecteur peut composer son propre poème de 14 vers en prenant le premier vers de l'une des 10 pages puis le deuxième vers de l'une des 10 pages et ainsi de suite jusqu'au quatorzième vers. Justifier le titre de l'ouvrage.

Exercice 3 Dans une entreprise, il y a 800 employés. Parmi ces employés, 300 sont des hommes, 352 sont membres d'un syndicat, 424 sont mariés, 188 sont des hommes syndiqués, 166 sont des hommes mariés, 208 sont mariés et syndiqués, 144 sont des hommes mariés syndiqués. Combien y-a-t-il de femmes non mariées et non syndiquées ?

Exercice 4 A l'occasion d'une compétition sportive groupant 18 athlètes, on attribue une médaille d'or, une d'argent, une de bronze. Combien y-a-t-il de distributions possibles ?

Exercice 5 Un tournoi sportif compte 8 équipes engagées. Chaque équipe doit rencontrer toutes les autres une seule fois. Combien doit-on organiser de matchs ?

Exercice 6 On part du point du plan de coordonnées $(0,0)$ pour rejoindre le point de coordonnées entières (p,q) en se déplaçant à chaque étape d'une unité vers la droite ou vers le haut. Combien y a-t-il de chemins possibles ?

Exercice 7 On considère les mains de 5 cartes que l'on peut extraire d'un jeu de 32 cartes.

- (a) Combien y a-t-il de mains différentes ?
- (b) Combien y a-t-il de mains comprenant exactement un as ? Quelle est la probabilité qu'une main contient exactement un as ?
- (c) Combien y a-t-il de mains comprenant au moins un valet ?
- (d) (difficile) Combien y a-t-il de mains comprenant (à la fois) au moins un roi et au moins une dame ?

Exercice 8 Un QCM comporte 10 questions, pour chacune desquelles 4 réponses sont proposées, une seule est exacte. Combien y-a-t-il de grilles-réponses possibles ? Quelle est la probabilité de répondre au hasard au moins 6 fois correctement ?

Exercice 9 Exhiber les espaces de probabilités (Ω, \mathbb{P}) associés aux expériences aléatoires suivantes :

- (a) On lance deux fois une pièce équilibrée et on compte le nombre de **pile** apparus.
- (b) On choisit une pièce au hasard dans un porte-monnaie qui contient deux pièces de deux euros, trois pièces de un euros, cinq pièces de 10 cents.
- (c) On choisit un nombre entier au hasard entre 1 et 100.
- (d) On choisit un nombre au hasard dans l'intervalle $[0, 1]$.

Exercice 10 On lance 3 pièces de monnaie équilibrées. Donner un espace de probabilité (Ω, \mathbb{P}) permettant de modéliser cette expérience. Calculer les probabilités des événements suivants : “la première pièce donne face”, “face sort exactement deux fois” , “face sort au plus deux fois”.

Exercice 11 On constitue une file d'attente en attribuant au hasard des numéros d'ordre à n personnes ($n \geq 2$). Deux amis A et B se trouvent dans cette file d'attente.

- (a) Quelle est la probabilité que les deux amis soient situés l'un derrière l'autre ?
- (b) Quelle est la probabilité que les deux amis soient distants de r places (i.e. séparés par $r - 1$ personnes) ?

Exercice 12 On lance deux fois un dé. Quelle est la probabilité d'obtenir deux fois le même résultat

- (a) si le dé est équilibré ?
- (b) si le dé est pipé, tel que $\mathbb{P}(1) = \frac{1}{2}$, $\mathbb{P}(2) = \mathbb{P}(3) = \dots = \mathbb{P}(6) = \frac{1}{10}$?