

Feuille d'exercices 9

Exercice 1 On suppose que le nombre de pièces sortant d'une usine donnée en l'espace d'une semaine est une variable aléatoire d'espérance 50.

- (a) Trouver une borne supérieure sur la probabilité que la production de la semaine prochaine soit d'au moins 75 pièces.
- (b)* Y a-t-il une borne sur la probabilité que la production soit inférieure à 30 pièces?
- (c) On sait de plus que la variance de la production hebdomadaire est de 25. Peut-on estimer la probabilité que la production de la semaine prochaine soit strictement comprise entre 40 et 60 pièces?

Exercice 2 On considère une variable aléatoire continue X obéissant à la loi uniforme sur l'intervalle $[0, 10]$.

- (a) Calculez son espérance et sa variance.
- (b) Majorez la quantité $P(|X - 5| \geq 5)$ grâce à l'inégalité de Tchebychev. Que vaut en fait cette probabilité?

Exercice 3 Si $\mathbb{E}(X) = 75$, $\mathbb{E}(Y) = 75$, $\mathbb{V}(X) = 10$, $\mathbb{V}(Y) = 12$ et $Cov(X, Y) = -3$, chercher des bornes supérieures à

- (a) $P(|X - Y| \geq 15)$
- (b)* $P(X \geq Y + 15)$
- (c)* $P(Y \geq X + 15)$

Exercice 4 On lance cent fois une pièce de monnaie équilibrée.

- (a) Majorez, à l'aide de l'inégalité de Tchebychev, la probabilité d'avoir plus de 70 fois Face ou moins de 30 fois Face à l'issue de ces tirages.
- (b) À l'aide du théorème central limite, estimez la même probabilité.