

Feuille d'exercices 1

Exercice 1 Dans l'ensemble $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, on considère les trois sous-ensembles

$$A = \{1, 2, 3, 4\}, \quad B = \{1, 3, 5\}, \quad C = \{3, 4, 5, 6\}$$

Déterminer les sous-ensembles suivants

- $A \cup (B \cap C)$ et $(A \cup B) \cap C$ $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ et $\{3, 4, 5\}$
- $(A \cup B)^c$ $\{6\}$
- $A \setminus B$ $\{2, 4\}$
- $A \cap B \cap C$ $\{3\}$
- $A \Delta B$ $\{2, 4, 5\}$

Exercice 2 Trouver un exemple d'ensembles A, B, C tels que $(A \setminus B) \setminus C \neq A \setminus (B \setminus C)$

Rép : On peut dessiner les patates et voir les différences. Exemple particulièrement frappant : si $A = B = C$.

Exercice 3 Soit Ω un ensemble, et $A \subset \Omega$ un sous-ensemble. Supposons $\text{card}(A) = p$, et $\text{card}(\Omega) = n$.

- (a) Quel est le nombre de sous-ensembles de Ω ?
- (b) Quel est le nombre de sous-ensembles de Ω contenant A ?
- (c) Quel est le nombre de sous-ensembles de Ω disjoints de A ?

Rép : (a) $\text{card}(\mathcal{P}(\Omega)) = 2^n$, (b) et (c) 2^{n-p}

Exercice 4 On veut placer n convives autour d'une table circulaire avec n chaises. Combien y a-t-il de dispositions possibles, sachant que deux dispositions sont identiques si chaque convive a les mêmes voisins. Rép : $\frac{n!}{n} = (n-1)!$

Exercice 5 Combien de séries de résultats possibles (tenant compte de l'ordre) y a-t-il si l'on jette un dé quatre fois ? Et combien de séries contenant au moins un 6 ? Rép : (a) $6^4 = 1296$, (b) $6^4 - 5^4 = 671$.

Exercice 6 Un jeu de cartes contient 32 cartes (16 noires et 16 rouges). On tire trois fois (sans remise). Combien de séries de résultats y a-t-il ? Et combien d'entre eux contiennent exactement une carte rouge ? Rép : (a) $32 \cdot 31 \cdot 30 (= 29760)$. (b) Pour chacune des séries de couleurs RNN, NRN et NNR il y a 16 possibilités pour la carte rouge, 16 possibilités pour la première carte noire et 15 pour la deuxième carte noire. Il y a donc $3 \cdot 16 \cdot 16 \cdot 15 (= 11520)$ séries possibles.