

Contrôle continu n° 1
Correction

Exercice 1 Une course oppose 20 concurrents.

1. Combien y-a-t-il de podiums (manières de classer les trois premiers) possibles ?

Tirage avec ordre et sans répétition : $A_{20}^3 = 20 \times 19 \times 18$.

2. Un bookmaker souhaite enregistrer des paris sur le gagnant. 100 parieurs se présentent, de combien de manière peuvent se répartir les paris ?

Tirage sans ordre avec répétitions : $C_{100+20-1}^{100} = C_{119}^{100}$.

Exercice 2 On tire simultanément 5 cartes d'un jeu de 32 cartes.

1. Combien de tirages (sans tenir compte de l'ordre) différents peut-on obtenir :

(a) sans aucune restriction ? Sans ordre, sans remise : C_{32}^5 .

(b) contenant exactement 3 piques ? $C_8^3 \times C_{24}^2$

(c) 2 carreaux et 3 piques ? $C_8^2 \times C_8^3$

2. Sachant que le tirage contient déjà 3 piques, quelle est la probabilité qu'il contienne également 2 carreaux ?

$$\mathbb{P}(2 \text{ carreaux} | 3 \text{ piques}) = \frac{\mathbb{P}(2 \text{ carreaux et } 3 \text{ piques})}{\mathbb{P}(3 \text{ piques})} = \frac{C_8^2 \times C_8^3}{C_8^3 \times C_{24}^2} = \frac{C_8^2}{C_{24}^2}$$

Exercice 3 Le gérant d'un magasin d'informatique a reçu un lot de boîtes de CD-ROM. 5% des boîtes sont abimées. Le gérant estime que :

- 60% des boîtes abimées contiennent au moins un CD-ROM défectueux.

- 98% des boites non abimées ne contiennent aucun CD-ROM défectueux.

Un client achète une boite du lot. On désigne par :

- A l'événement : "la boite est abimée",
- B l'événement "la boite achetée contient au moins un CD-ROM défectueux".

1. Donner les probabilités de $P(A)$, $P(A^c)$, $P(B|A)$, $P(B|A^c)$, $P(B^c|A)$ et $P(B^c|A^c)$.

$P(A) = 0,05$, $P(A^c) = 0,95$, $P(B|A) = 0,6$, $P(B|A^c) = 0,02$, $P(B^c|A) = 0,4$ et $P(B^c|A^c) = 0,98$.

2. Le client constate qu'un des CD-ROM acheté est défectueux. Quelle est la probabilité pour qu'il ait acheté une boite abimée ?

$$\mathbb{P}(A|B) = \frac{\mathbb{P}(B|A) \times \mathbb{P}(A)}{\mathbb{P}(B)} = \frac{\mathbb{P}(B|A) \times \mathbb{P}(A)}{\mathbb{P}(B|A) \times \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B|A^c) \times \mathbb{P}(A^c)}$$

Bonne chance !