

IUT GEA, Rennes I
Cours de Mathématiques
1ère année
2008–2009

Examen terminal, 5 janvier 2009

Durée : 2 heures. Les calculatrices sont autorisées. Tout autre appareil électronique (téléphone portable...), ainsi que tout type de document (notes de cours...) est interdit.

Exercice 1(a) Donnez la négation de l’assertion $A \wedge (B \vee C)$.

(b) Donnez la négation de l’assertion $\forall x, (A(x) \vee B(x))$.

(c) Donnez la contraposée de “Si j’ai réussi mon examen, je fais la fête”.

Exercice 2(a) Donnez les limites $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x$ et $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x)$.

(b) Dessiner les graphes des fonctions e^x et $\ln(x)$.

(c) Simplifier l’expression $\exp(\ln(x) + \ln(y))$.

Exercice 3(a) Calculer la dérivée de la fonction $f(x) = \frac{x-3}{2x+1}$.

(b) Calculer la dérivée de la fonction $f(x) = e^{(x^2)}$.

(c) Dessinez la table de variation et déterminez le maximum et minimum de la fonction $f: [-3, \sqrt{3}] \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^3 - 3x$.

Exercice 4(a) Si la fonction Demande est donnée par

$$f(x) = 300 - x^2 \quad \text{où } x \text{ est la quantité sur le marché,}$$

calculez la fonction Revenu(x). Pour quelle valeur de x est-ce que le revenu est maximal ?

(b) Soit $f(x) = \sqrt{300 - x}$. Déterminer la fonction élasticité $\mathcal{E}_f(x)$.

Exercice 5 Déterminer les limites suivantes

$$(a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 1}{x^2 + 3x} \quad (b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \left(\frac{x^2 + 1}{x} \right)$$

Exercice 6 Si une suite u_n est définie par

$$u_0 = 2 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = 3u_n + 4$$

donner une formule explicite pour u_n en fonction n .

Exercice 7 Déterminer l'ensemble de tous les solutions pour les systèmes d'équations linéaires suivants.

$$(a) \begin{array}{rcl} x & - & y + z = 0 \\ 2x & + & y + 3z = 2 \\ x & - & 2y - z = 1 \end{array} \quad (b) \begin{array}{rcl} x & + & 2y + z = 3 \\ & & y - z = 1 \\ x & + & y + 2z = 2 \end{array}$$