

Feuille d'exercices no 1.

Exercice 1 On suppose que A , $\neg B$ et C sont vrais. Déterminez si les assertions suivantes sont vraies ou fausses.

- (a) $(A \vee B) \wedge C$,
- (b) $B \wedge (A \vee (\neg A))$
- (c) $(A \vee B) \Rightarrow (\neg C)$,
- (d) $(\neg A) \vee (A \wedge C \wedge B)$
- (e) $(A \wedge B) \Rightarrow (A \vee B \vee C)$,

Exercice 2 Donnez la négation des assertions suivantes:

- (a) $(A \vee B) \wedge C$,
- (b) $(A \wedge B) \vee C$,
- (c) $A \Rightarrow (\neg B)$,
- (d) $A \Rightarrow (B \wedge (\neg C))$,
- (e) $(A \vee B) \Rightarrow C$,
- (f) $\forall x, (A(x) \vee B(x))$,
- (g) $\exists x, (A(x) \Rightarrow B(x))$,
- (h) S'il fait beau, je vais la plage ou je mange des glaces, voire les deux.
- (i) Tous les oiseaux pondent des oeufs et savent voler.
- (j) Tous ceux qui mentent sont aussi des voleurs.

Exercice 3 Donnez la contraposée des implications suivantes:

- (a) $(A \vee B) \Rightarrow C$,
- (b) $(\neg A) \Rightarrow (A \vee B)$,
- (c) $(\forall x, A(x)) \Rightarrow (\exists x, B(x))$.
- (d) Si tu travailles plus, tu gagneras plus.
- (e) Si un seul d'entre vous manque à son devoir, nous y resterons tous.
- (f) S'il fait beau, je vais la plage et je mange des glaces.

Exercice 4 Une question sur les pourcentages – elle n’a rien à voir avec le cours magistral, mais c’est néanmoins important.

(a) Un effectif de 100 étudiants, composé de 40 filles et 60 garçons, suit une formation. À la fin de l’année, 30 filles et 50 garçons obtiennent leur diplôme. Comparer le pourcentage de réussite des filles avec celui des garçons.

(b) Cette formation comporte en fait deux filières, une filière A et une filière B. Dans la filière A, il y a 35 filles d’inscrites dont 25 reçues, et 30 garçons dont 21 reçus. Comparer le pourcentage de réussite des filles avec celui des garçons dans la filière A.

(c) De même avec la filière B.

(d) Expliquez pourquoi ce résultat peut être qualifié de “paradoxal”.

Exercice 5 Dans un esprit semblable, regardons des situations paradoxales dans des élections (paradoxe de Condorcet) : il y a une élections avec trois candidats qui s’appellent A , B , et C . Dans un sondage, on demande aux électeurs de classer les candidats par ordre de préférence. Les résultats sont :

$$A > B > C : 34\%$$

$$B > C > A : 33\%$$

$$C > A > B : 33\%$$

Si pendant l’élection chaque électeur vote pour son candidat préféré, alors le candidat A gagne (34% des voix). Expliquez pourquoi candidats B et C peuvent néanmoins argumenter que le résultat est injuste.