

**TD IUT GEA, Rennes I**

**Mathématiques**

**2008–2009**

**Feuille d'exercices no 5**

**Exercice 1** Supposons que, pour un certain produit, le nombre d'exemplaires vendus dépend du prix  $p$  par la fonction

$$f(p) = 20000 \cdot \sqrt{100 - p}$$

(a) Calculer l'élasticité  $\mathcal{E}_f$  en fonction de  $p$ .

(b) Si le prix du produit est initialement fixé à 50€, quelle serait, en pourcentage, la diminution des ventes si le prix était augmenté de 2% ?

**Exercice 2 (a)** (cet exercice a été posé pendant le cours) Déterminez le tableau de variation de  $f: [-2,5, 1,5] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x \mapsto \frac{1}{4}(x^3 + 3x^2)$ . Trouvez également le minimum et le maximum (global) de cette fonction.

(b) Déterminez le tableau de variation de la fonction  $f: ]0, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x \mapsto x^{\frac{1}{x}}$ . Indication : nous avons déjà calculé que la dérivée de  $f$  est  $f'(x) = (1 - \ln(x)) \cdot \frac{1}{x^2} \cdot x^{\frac{1}{x}}$ . Attention vous devrez en particulier calculer les limites de  $f$  quand  $x \rightarrow 0^+$  et quand  $x \rightarrow +\infty$  !

**Exercice 3** Déterminez les limites suivantes

(a)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ , où  $u_n$  est la suite  $u_n = \exp\left(\frac{3n^3 - 5n^2 + 9}{-2n^2 + 3}\right)$

(b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln\left(\frac{x^3 - 5x + 7}{-x^4 - 4}\right)$       (c)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x^3 + 7 + \frac{2}{x^2}}$

(d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{x^2} \cdot \sqrt{x^4 + 2x^3 - 1}$       (e)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x^2 + 1)}{x}$

(f)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ , où  $f(x) = \frac{1}{x} \cdot \exp\left(\frac{-1}{x}\right)$

**Exercice 4** Soit  $u_n$  la suite définie par récurrence :  $u_0 = 1$  et  $u_n = 3u_{n-1} + 2$ . Trouvez une formule pour  $u_n$  en fonction de  $n$ .

**Exercice 5** Vous prenez un crédit de 7500€ avec un taux de 8%. Vous gagnez 1200€ et la banque exige un endettement inférieur à 30%.

(a) Quel est le nombre minimal de mensualités possibles, et quel sera le coût total du crédit dans ce cas ?

(b) Quel est le montant de la mensualité qu'il faut choisir pour rembourser pendant exactement 5 ans ?