Université de Rennes

Arithmétique

Séance 6

1 Rituel

Présentation de la notion de pgcd et ppcm.

2 Travail en séance

Exercice 1

On considère la suite $u_n = 2^n - 3$ (pour $n \geq 2$).

1. Montrer qu'il existe une infinité d'entiers $n \geq 2$ pour lesquels u_n est divisible par 5.

2. Montrer qu'il existe une infinité d'entiers $n \geq 2$ pour lesquels u_n est divisible par 13.

3. Montrer cependant que u_n n'est jamais divisible par 65.

Exercice 2

Quel est le chiffre des unités de 2^{2025} ?

3 Travail à faire

Présentation des nombres de Fermat (définition, primalité de F_n pour $1 \leq n \leq 4$, non primalité de F_5, F_n et F_m sont premiers entre eux si $n \neq m$... *cf.* exercice 76 p. 390 du livre de Terracher).

Présentation des nombres de Mersenne (définition, (non) primalité, intérêt pratique...). S'inspirer des exercices 5 p. 382 et 77 p. 391 du livre de Terracher.

Choisir entre les deux propositions !!