Université de Rennes

Arithmétique

Séance 3

1 Rituel

Présentation de la division euclidienne.

2 Travail en séance

Exercice 1 [Dossier 2-3 (capes-math.univ-rennes1.fr/Doss0.html)]

Un astronome a observé au jour J_0, le corps céleste A, qui apparaît périodiquement tous les 105 jours. Six jours plus tard ($J_0 + 6$), il observe le corps céleste B dont la période d'apparition est de 81 jours. On appelle J_1 le jour de la prochaine apparition simultanée de ces deux corps céleste aux yeux de l'astronome. Le but de l'exercice est de déterminer la date de ce jour J_1.

1. Soient u et v le nombre de périodes effectuées respectivement par A et par B entre J_0 et J_1. Montrer que le couple (u, v) est solution de l'équation :

$$35x - 27y = 2 \tag{E1}$$

2. Déterminer l'ensemble des couples d'entiers relatifs (x, y) solutions de l'équation (E1).

3. Déterminer J_1.

4. Si l'astronome manque ce futur rendez-vous, combien de jours devra-t-il attendre jusqu'à la prochaine apparition simultanée de ces deux corps ?

Exercice 2 [Dossier 2-17 (capes-math.univ-rennes1.fr/Doss0.html)]

1. Après avoir vérifié que le couple d'entiers $(-8, 11)$ est solution de l'équation $37x+27y = 1$, déterminez l'ensemble des couples (x, y) d'entiers solutions de : $37x + 27y = 1000$.

2. Un restaurateur sert des repas à 27 euros et à 37 euros. À la fin du service sa recette s'élève à 1000 euros. Combien a-t-il servi de repas de chaque sorte ?

3. Aurait-il pu obtenir la même recette avec des menus à 27 euros et à 36 euros ?

3 Travail à faire

Présentation de l'algorithme d'Euclide (énoncé précis, démonstration, illustration).