



Université
de Rennes

Arithmétique

Séance 2

1 Rituel

Présentation du raisonnement par récurrence.

2 Travail en séance

Exercice 1 [Dossier 2-14 (capes-math.univ-rennes1.fr/Doss0.html)]

Le capitaine a fait naufrage. Tout ce que l'on a retrouvé sur lui est sa carte de sécurité sociale. On parvient à déchiffrer son numéro INSEE, sauf le deuxième chiffre a et le troisième chiffre b qui sont illisibles :

1ab1271153044 clé 67

Les deux chiffres a et b qui manquent sont, dans cet ordre, les deux derniers chiffres de l'année de naissance du capitaine. On se propose d'utiliser la clé du numéro INSEE pour retrouver cette année de naissance.

1. La clé K d'un numéro INSEE est calculée de la manière suivante : $K = 97 - R$ où R est le reste de la division euclidienne par 97 de l'entier N constitué par les 13 premiers chiffres du numéro INSEE.

1.a. Démontrer que la clé K d'un numéro INSEE est telle que $N + K \equiv 0 \pmod{97}$.

1.b. Dédire que, pour le numéro INSEE du capitaine, on a : $N \equiv 30 \pmod{97}$.

2. On écrit $1ab1271153044 = 1ab \times 10^{10} + A$, où $A = 1271153044$.

2.a. Calculer le reste de la division euclidienne de A par 97.

2.b. Justifier la congruence suivante : $10^2 \equiv 3 \pmod{97}$.

2.c. En déduire que l'on a : $10^{10} \equiv 49 \pmod{97}$.

3. Conclusion.

3.a. Dédire des résultats établis ci-dessus que l'on a : $1ab \times 49 \equiv 73 \pmod{97}$.

3.b. Vérifier que l'on a : $49 \times 2 \equiv 1 \pmod{97}$.

3.c. Déterminer l'année de naissance du capitaine.

Exercice 2 [Clé des codes barres (Terracher 2002, p. 344)]

Le code UPC (*Universal Product Code*) utilise des nombres de 13 chiffres pour désigner un produit de consommation. Les douze premiers chiffres désignent le produit, le treizième est une clé de contrôle destinée à détecter une erreur dans l'un des douze premiers. La clé est calculée de telle sorte que, si le nombre s'écrit $a_1 \cdots a_{13}$, alors :

$$3 \times \left(\sum_{i=0}^6 a_{2i} \right) + \sum_{i=0}^6 a_{2i+1} \equiv 0 \pmod{10}.$$

1. Calculer la clé associée au nombre de douze chiffres : 325 039 017 681.
2. Montrer que, si un seul chiffre est erroné, l'erreur est détectée.
3. Et si deux chiffres sont erronés ?

3 Travail à faire

Présentation de la division euclidienne (énoncé précis, démonstration, illustration).