UNIVERSITÉ
de Picardie Jules Verne

www.u-picardie.fr

- Vu la loi n°84-52 du 26 janvier 1984
- Vu le décret n° 84-573 du 5 juillet 1984 relatif aux diplômes nationaux de l'enseignement supérieur
- Vu l'arrêté du 23 novembre 1988 relatif à l'habilitation à diriger des recherches
- Vu les arrêtés modificatifs du 13 février 1992 et du 13 juillet 1995
- Vu l'autorisation d'inscription accordée par le Conseil Scientifique du **16 juin 2011**

ATTESTATION DE DIPLOME D'HABILITATION A DIRIGER DES RECHERCHES

LE PRESIDENT DE L'UNIVERSITE DE PICARDIE JULES VERNE

certifie que **Madame Barbara SCHAPIRA**

née le 13 septembre 1976 à Paris (75)

Vu la décision du jury composé de :

- Mme Marie-Claude ARNAUD, Professeur, Université d'Avignon et des Pays du Vaucluse, Avignon
- M. Gilles COURTOIS, Directeur de Recherches CNRS, Institut de Mathématiques de Jussieu, Paris
- M. Fabien DURAND, Professeur, UPJV, Amiens
- Mme Françoise DAL'BO, Professeure, IRMAR, Université de Rennes 1
- M. Livio FLAMINIO, Professeur, Université Lille 1, Villeneuve d'Ascq
- M. François LEDRAPPIER, Professeur à l'Université Notre Dame de Notre Dame (USA) et Directeur de Recherches CNRS, Université Pierre et Marie Curie, Paris

ayant siégé le **jeudi 24 novembre 2011 à 14h15**

à l'Amphithéâtre PARMENTIER - Pôle Sciences

a été admise au diplôme d'Habilitation à Diriger des Recherches de l'Université de Picardie Jules Verne.

Amiens, le 29 novembre 2011

Le Président de l'Université
de Picardie Jules Verne

GV

Georges FAURÉ

UNIVERSITÉ DE PICARDIE JULES VERNE
AMIENS

NOTA : **L'Université ne délivrera pas d'autre attestation.**
Il appartient à son titulaire d'en effectuer des copies et de les faire certifier conformes à l'original par les personnes autorisées.
Le diplôme définitif sera remis ultérieurement par le Secrétariat de l'Ecole doctorale.

UNIVERSITÉ
de Picardie
Jules Verne

PROCES-VERBAL DE SOUTENANCE

Le : **jeudi 24 novembre 2011** à Amiens

a été soutenue par **Madame Barbara SCHAPIRA**

né(e) le 13 septembre 1976 à Paris (75)

l'Habilitation à Diriger des Recherches

sur le sujet suivant : **Géodésiques, horocycles et leurs mesures invariantes**

Le jury était composé de :

- Mme Marie-Claude ARNAUD, Professeure, Université d'Avignon et des Pays du Vaucluse, Avignon
- M. Gilles COURTOIS, Directeur de Recherches CNRS, Institut de Mathématiques de Jussieu, Paris
- M. Fabien DURAND, Professeur, UPJV, Amiens
- Mme Françoise DAL'BO, Professeure, IRMAR, Université de Rennes 1
- M. Livio FLAMINIO, Professeur, Université Lille 1, Villeneuve d'Ascq
- M. François LEDRAPPIER, Professeur à l'Université Notre Dame de Notre Dame (USA) et Directeur de Recherches CNRS, Université Pierre et Marie Curie, Paris
- M. ~~Marc PEIGNE, Professeur, Université François de Rabelais, Tours~~ absent.

L'autorisation de soutenance a été accordée par le Président de l'Université de Picardie Jules Verne qui avait préalablement confié l'examen des travaux du candidat aux rapporteurs suivants :

- M. Nimish SHAH, Professeur, Université de l'Etat de l'Ohio, Columbus (USA)
- M. François LEDRAPPIER, Professeur à l'Université Notre Dame de Notre Dame (USA) et Directeur de Recherches CNRS, Université Pierre et Marie Curie, Paris
- Mme Françoise DAL'BO, Professeur, Université Rennes 1

Après avoir entendu l'exposé du candidat sur l'ensemble de ses travaux, le jury a décidé d'attribuer le diplôme d'Habilitation à Diriger des Recherches à **Madame Barbara SCHAPIRA**

Le Président du jury : Amiens, le 24/11/2011

Nom - Prénom ARNAUD Marie-Claude

Les membres du jury : **Le Président de l'Université**

F. Durand L. FLAMINIO G. Courtois F. Dal'Bo

F. Ledrappier

UNIVERSITÉ DE PICARDIE JULES VERNE ★ AMIENS ★

M. Georges FAURÉ

Ce document, signé par l'ensemble du Jury, doit être transmis sans délai au Secrétariat de l'Ecole Doctorale.

TSVP

RAPPORT DE SOUTENANCE

Le Président du jury établit un rapport de soutenance qui est communiqué au candidat.

Le jury a beaucoup apprécié l'exposé de Barbara Schapira. Elle a mis en valeur avec beaucoup de clarté et d'enthousiasme la variété et la profondeur de ses travaux. Par des arguments simples, elle a su donner l'intuition géométrique de ses résultats. Elle a fourni les clefs des démonstrations d'equidistribution du flot horocyclique et des propriétés des mesures invariantes du flot géodesique pour des variétés ouvertes. Elle a fait preuve d'aisance et de maturité face aux questions du jury.

Son programme et ses recherches actuelles confirment la grande qualité de chercheur de Barbara Schapira et son aptitude à encadrer des étudiants.

Le jury attribue à Mme Barbara Schapira le diplome d'habilitation à diriger des recherches.

(Si nécessaire, compléter sur papier libre)

Amiens, le 24-11-2011

Les membres du jury :

F. Durand

Gilles Courtois

Livio Flaminio

F. Dal'Bo

Le Président du jury :

Nom - Prénom ARNAUD Marie-Claude

Ecole doctorale en Sciences et Santé
Bâtiment Ecole des Minimes - 33, rue Saint-Leu
80039 AMIENS Cedex
Tél. : (33) 03.22.82.79.57
Télécopie : (33) 03.22.82.79.58

UNIVERSITÉ
de Picardie
Jules Verne

HABILITATION A DIRIGER DES RECHERCHES

RAPPORT POUR L'AUTORISATION DE SOUTENANCE

de ~~M~~ ou Mme ~~NOM~~ : Dal'Bo Prénom : Françoise
Grade - fonction - établissement de rattachement
Professeur des Université

sur l'Habilitation à Diriger des Recherches présentée par
Mlle Barbara Schapira

ayant pour titre « Géodésiques, horocycles et leurs mesures invariantes »

Joindre le rapport sur papier libre

CONCLUSION GENERALE DU RAPPORTEUR

Avis très favorable.

Date, signature
14/09/2011

Ecole Doctorale en Sciences et Santé
Bâtiment des Minimes - 33, rue Saint-Leu
80039 AMIENS Cedex
Tél. : (33) 03.22.82.79.57
Télécopie : (33) 03.22.82.79.58

UMR 6625
INSTITUT DE RECHERCHE
MATHEMATIQUE DE RENNES

UNIVERSITÉ DE RENNES 1

Rapport de Françoise Dal'Bo sur le travail de Barbara Schapira

« Géodésiques, horocycles et leurs mesures invariantes »

Le texte de Barbara Schapira suit le fil rouge de l'étude topologique et ergodique du flot horocyclique sur les fibrés unitaires tangents de surfaces de courbure -1. L'approche géométrique qu'elle développe met en jeu un autre flot, le flot géodésique, dont les variétés stables sont précisément les trajectoires horocycliques. Sa méthode très puissante, initiée par Roblin, lui permet d'atteindre des situations nouvelles de mesures infinies et s'étend à l'étude plus générale du feuilletage horosphérique sur des variétés de courbure négative pincée.

La motivation initiale de Barbara Schapira est de généraliser des propriétés d'équidistribution démontrées il y a plus de trente ans par Furstenberg pour les surfaces hyperboliques compactes, puis par Dani pour les surfaces d'aire finie. L'originalité de sa démarche consiste à se restreindre aux semi-flots, et à privilégier une large famille de surfaces qui recouvre les cas précédents : les surfaces géométriquement finies. Sous ces hypothèses, le flot horocyclique peut ne pas être uniquement ergodique, néanmoins les mesures ergodiques en restriction à l'ensemble non errant Ω de ce flot sont bien connues. En particulier, il en existe une seule, la mesure de Burger-Roblin, dont le support est Ω. Si l'aire de la surface est finie, Ω est égal au fibré lui-même et la mesure de Burger-Roblin coïncide avec celle de Liouville, elle est donc finie. Dans tous les autres cas, ces deux mesures sont infinies et différentes. L'un des résultats nouveaux les plus complets obtenus par Barbara Schapira dans ce contexte est le suivant:

Théorème A: *Soient S une surface hyperbolique géométriquement finie et u un élément de son fibré unitaire tangent. Si la demi-orbite horocyclique positive de u est dense dans l'ensemble non errant du flot, alors elle est équidistribuée vers la mesure de Burger-Roblin.*

La démonstration de ce théorème repose sur un lien profond entre la mesure de Burger-Roblin et une mesure finie ergodique invariante par le flot géodésique: la mesure de Bowen-Margulis. Cette mesure possède de riches propriétés ergodiques et géométriques mises en lumière par Roblin, Otal et Peigné, sur lesquelles Barbara Schapira s'appuie pour étudier la dynamique du flot horocyclique. Son lien avec la mesure de Burger-Roblin se concrétise à travers une mesure géométrique sur le bord à l'infini du demi-plan de Poincaré, la mesure de Patterson-Sullivan, qui porte une grande partie de la dynamique du groupe fondamental de la surface, et donc des flots géodésique et horocyclique. Dans l'énoncé du théorème A, la restriction au semi-flot est une information nouvelle. Allant jusqu'au bout de sa démarche, Barbara Schapira enrichit cet énoncé, en donnant des conditions « géodésiques » quasi-optimales sur un élément du fibré unitaire tangent de S pour que sa demi-trajectoire horocyclique soit dense dans Ω.

Théorème B: *Soient S une surface hyperbolique non élémentaire et u un élément de son fibré unitaire tangent dont l'orbite horocyclique est dense dans Ω. S'il existe deux constantes A>0 et B>0 telles que la demi-trajectoire géodésique positive de u croise une infinité de géodésiques fermées de longueur au plus A, avec un angle d'intersection au moins B, alors les demi-orbites horocycliques positive et négative de u sont denses dans Ω.*

Les mêmes techniques que celles utilisées pour démontrer le théorème A permettent d'obtenir un équivalent des moyennes sur [-t, t], des fonctions continues à support compact sur le fibré unitaire de la surface, évaluées sur la trajectoire horocyclique de u. Par une approche duale, Barbara Schapira, en collaboration avec Maucourant, déduit de cet équivalent, en s'appuyant sur une méthode de Ledrappier, des informations « fines » sur la distribution asymptotique des orbites linéaires non discrètes des sous-groupes discrets de SL(2,R) sans torsion, géométriquement finis, agissant sur le plan.

Dans une deuxième partie, Barbara Schapira sort du cadre des surfaces géométriquement finies pour aborder celui des surfaces géométriquement infinies. Sans hypothèse supplémentaire, les mesures ergodiques invariantes par le flot horocyclique ne sont pas atteignables. Elles le deviennent si l'on suppose par exemple que la surface est le revêtement abélien d'une surface compacte, et sont reliées à l'action du groupe abélien de revêtement $G=Z^d$ sur le fibré unitaire de la surface. Plus précisément, si F est un domaine fondamental compact pour cette action, on associe à un élément u du fibré son déplacement g(u) de G qui le ramène dans F, et on définit, lorsqu'il existe, le déplacement asymptotique moyen Ξ(u) de la demi-trajectoire géodésique positive de u. Les travaux de Babillot, Ledrappier et Sarig nous apprennent que l'intérieur de l'ensemble C de ces déplacements asymptotiques, vu comme sous ensemble de R^d, est en bijection avec les mesures de Radon ergodiques invariantes par le flot horocyclique. La nouveauté apportée par un article de Barbara Schapira, coécrit avec Sarig, est de préciser un théorème ergodique de Hopf pour le flot horocylique en mesure infinie, énoncé presque sûrement, en spécifiant les points pour lesquels il est valide.

Théorème C: *Soient S un revêtement abélien d'une surface hyperbolique compacte et u un élément de son fibré unitaire tangent. Si Ξ(u) appartient à l'intérieur de C, alors u est générique pour la mesure Mu associée à Ξ(u). Réciproquement, si u est générique par rapport à une mesure de Radon m, ergodique, invariante par le flot horocyclique, alors m= Mu.*

La suite du texte est consacrée à l'étude du flot géodésique d'un point de vue dynamique et métrique. Une première partie, effectuée avec Coudène, vise des résultats généraux dans le contexte des variétés Riemanniennes M de courbure strictement négative.

Théorème D: *Soit M une variété Riemannienne de courbure strictement négative. L' ensemble des mesures de probabilité invariantes et ergodiques par le flot géodésique sur le fibré unitaire de M, restreint à son ensemble non errant Ωg, est un Gδ-dense dans l'ensemble des probabilités invariantes sur Ωg.*

La démonstration de ce théorème est un enchaînement d'arguments simples et profonds. Elle résulte d'une cascade de propriétés importantes sur la dynamique du flot géodésique, comme le lemme de fermeture et la propriété de produit local, connues jusqu'à présent uniquement pour des variétés compactes, et formulées dans un cadre général allant jusqu'aux variétés de courbure négative ou nulle.

Parmi les mesures invariantes par le flot géodésique, finies ou infinies, certaines, dites de Gibbs, inspirées du formalisme thermodynamique, sont associées à des fonctions réelles höldériennes f du fibré unitaire de la variété. Lorsque f est la fonction nulle, on retrouve la mesure de Bowen-Margulis déjà introduite. Dans un travail en cours avec Paulin et Pollicott, Barbara Schapira généralise aux mesures de Gibbs, des travaux d'Otal et de Peigné sur le lien entre l'entropie topologique du flot géodésique et la croissance géométrique du groupe fondamental de la variété

Théorème E: *Soient M une variété Riemannienne de courbure négative pincée, non élémentaire, et f un potentiel höldérien borné symétrique. Il y a égalité entre le taux de croissance des orbites périodiques du flot géodésique pondéré par f, l'exposant critique de la série de Poincaré du groupe fondamental de M relative au potentiel f, et la pression variationnelle Pf du flot géodésique associée à f. De plus, si la mesure de Gibbs de f est finie, alors c'est l'unique mesure qui réalise Pf. Sinon, Pf n'est atteint par aucune mesure finie.*

Barbara Schapira termine son texte par un chapitre de questions ouvertes donnant des perspectives réalistes à son programme de recherche. Parmi elles, certaines correspondent directement à des généralisations de ses travaux en dimension plus grande ou en présence de courbure nulle, d'autres sont des directions nouvelles comme l'étude du flot de Teichmüller.

En conclusion, le texte de Barbara Schapira est d'une excellente qualité. Il enrichit l'étude des flots horocyclique et géodésique de résultats nouveaux énoncés pour une large classe de surfaces, et de raisonnements profonds mêlant théorie de la mesure et géométrie. Sa rédaction reflète la culture importante de l'auteur, sa compréhension des travaux fondateurs sur le sujet, et sa grande maturité dans un domaine qui met en jeu des mesures infinies et des variétés non compactes. Barbara Schapira a aujourd'hui une connaissance très aiguisée de ces deux flots géométriques, et maîtrise des méthodes puissantes, autant d'acquis qu'elle ne tardera pas à investir aussi en direction d'autres systèmes dynamiques, continuant par ses précieuses contributions à faire évoluer les Mathématiques.

Rennes, le 12 Septembre 2011,

Françoise Dal'Bo

Professeur des Universités

Institut de Recherches Mathématiques de Rennes

dalbo@univ-rennes1.fr

UNIVERSITÉ

HABILITATION A DIRIGER DES RECHERCHES

RAPPORT POUR AUTORISATION DE SOUTENANCE

de M. **NOM :** Ledrappier **Prénom : François**

Grade - fonction - établissement de rattachement
Professor, University of Notre Dame, Notre Dame

sur l'Habilitation à Diriger des Recherches présentée par
Mme Barbara Schapira

ayant pour titre « Géodésiques, horocycles et leurs mesures invariantes »

Joindre le rapport sur papier libre

CONCLUSION GENERALE DU RAPPORTEUR

Mme Schapira présente un corpus très large de résultats profonds sur la dynamique des variétés ouvertes de courbure négative. Elle a déjà un rôle moteur d'animation de la recherche sur ce sujet. Elle mérite certainement de se voir décerner le diplôme d'habilitation à diriger des recherches.

Le 8 août 2011

F Ledrappier
Date, signature

Ecole Doctorale en Sciences et Santé
Bâtiment des Minimes - 33, rue Saint-Leu
80039 AMIENS Cedex
Tél. : (33) 03.22.82.79.57

Rapport sur le mémoire d'habilitation de Mme Barbara Schapira

Mme Barbara Schapira présente pour son habilitation un ensemble de travaux sur la théorie ergodique des flots horocycliques et géodésiques des variétés non compactes de courbure négative ou nulle. Beaucoup des idées nouvelles sont déjà présentes dans le cas des surfaces ouvertes de courbure constante égale à -1. Je me placerai dans ce cadre, en signalant les extensions obtenues aux dimensions plus grandes ou en courbure variable. Je suivrai la présentation du mémoire en deux parties, l'une sur le flot horocyclique, l'autre sur le flot géodésique.

Si $S = \Gamma \setminus \mathbb{H}^2$ est une surface hyperbolique où Γ est un sous-groupe discret sans torsion du groupe $PSL(2,\mathbb{R})$ d'isométries de l'espace hyperbolique $\mathbb{H}^2$, le flot horocyclique $\{h_s\}_{s\in\mathbb{R}}$ sur le fibré unitaire T^1S peut être décrit comme l'action à droite du groupe à un paramètre $\begin{pmatrix} 1 & s \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ sur $\Gamma \setminus PSL(2,\mathbb{R})$. Dans sa thèse, Mme Schapira avait considéré le cas d'un groupe discret Γ de type fini (on dit alors que la surface S est localement finie) et montré que pour tout vecteur $v \in T^1S$ non-errant et non-périodique pour le flot horocyclique, on a un théorème quotient:

$$\lim_{t\to\infty} \frac{\int_{-t}^{t} f(h_s v)ds}{\int_{-t}^{t} g(h_s v)ds} = \frac{\int f dm^{BR}}{\int g dm^{BR}}, \tag{1}$$

pour toutes les fonctions f, g à support compact sur T^1S avec $\int g dm^{BR} > 0$, où m^{BR} est la mesure dite de Burger-Roblin, la seule mesure invariante ergodique conservative de support tout l'ensemble non-errant. On remarque que par le théorème de Hopf, une limite plus précise (1)' est vraie pour m^{BR}- presque tout v, où (1)' est obtenue en remplaçant dans (1) $\int_{-t}^{t}$ par $\int_0^t$. Cela a amené Mme Schapira à comparer les propriétés de densité et d'équidistribution de $\{h_s v\}_{s\geq 0}$ et de $\{h_s v\}_{s\in\mathbb{R}}$.

Dans le cas d'une surface géométriquement finie d'aire infinie, la surface présente des 'trompettes' de mesure infinie, limitées par une géodésique fermée. Si v est un vecteur tangeant à cette géodésique, alors une moitié de son horocycle n'est pas dense dans l'ensemble non-errant, puisqu'elle se trouve complètement dans la trompette. Mme Schapira montre que dans le cas d'une surface géométriquement finie, c'est la seule obstruction possible: si une demi-horocycle $\{h_s v\}_{s\geq 0}$ ne reste pas infiniment dans une trompette, alors elle est dense dans l'ensemble non-errant du flot horocyclique et équidistribuée au sens de (1)'.

La preuve de la densité reprend des arguments de Hedlund et de Coudène. Une proposition est que la demi-orbite $\{h_s v\}_{s\geq 0}$ est dense si, et seulement si, le point à l'infini ξ de la géodésique $\{g_t v\}$ est *horocyclique à droite*: les horoboules basées en ξ contiennent une infinité de points de l'orbite Γo à droite de n'importe quel cône convexe euclidien basé en ξ. Mme Schapira a su mettre au point cet argument délicat et il lui donne beaucoup plus. Pour une surface quelconque non élémentaire, si il existe deux constantes L et $\alpha > 0$

telles que la géodésique $\{g_t v\}_{t\geq 0}$ intersecte une infinité de géodésiques fermées de longueur au plus L avec un angle au moins α, alors les demi-orbites $\{h_s v\}_{s\geq 0}$ et $\{h_s v\}_{s\leq 0}$ sont simultanément denses, ou non. Elle donne aussi un contre-exemple à la condition sur les longueurs bornées, mais elle suppose que la condition sur les angles peut être affaiblie.

La preuve de l'équidistribution (1)' suit la preuve de (1), maintenant que l'on a su interpréter la densité de $\{h_s v\}_{s\geq 0}$. Ces résultats sont montrés dans deux articles de très bon niveau.

Parmi les surfaces de type infini, les plus simples sont les revêtements abeliens de surface compacte. Là, Γ est un sous-groupe normal d'un sous-groupe cocompact sans torsion Γ_0 de $PSL(2,\mathbb{R})$ et le quotient $\Gamma_0 \setminus \Gamma$ est un groupe abelien libre $\mathbb{Z}^d$. Les mesures invariantes par le flot horocyclique, conservatives et ergodiques ont été décrites par Babillot-Ledrappier et Sarig: elles sont paramétrées par l'intérieur de l'ensemble Ξ des *cycles asymptotiques* du flot géodésique. Soit F_0 un domaine fondamental de l'action de $\mathbb{Z}^d$ sur S. Pour un vecteur $v \in T^1S$, les cycles asymptotiques sont les points d'accumulation dans $\mathbb{R}^d$ quand $t \to \infty$, de $\frac{\xi(g_t v)}{t}$, où $\xi(g_t v)$ est l'élément de $\mathbb{Z}^d$ tel que $g_t v \in T^1(\xi(g_t v)F_0)$. Le lien est précis: il suit des preuves de B-L que si $\frac{\xi(g_t v)}{t}$ converge vers un point ξ de l'intérieur de Ξ, alors, v est générique (au sens de (1)) pour la mesure m_ξ correspondante. Ce que montre Barbara Schapira (en collaboration avec Omri Sarig), c'est la réciproque surprenante: si v est générique au sens de (1) pour la mesure m_ξ, alors $\lim_{t\to\infty} \frac{\xi(g_t v)}{t} = \xi$. La preuve fait appel au codage de de Bowen-Series du flot géodésique, repose sur une belle idée de dynamique symbolique et doit résoudre de nombreuses difficultés techniques. C'est un très joli résultat. Même si on n'en voit pas d'application immédiate, je suis sûr que les innovations de sa preuve seront utiles pour d'autres problèmes de limite.

Enfin, par dualité des actions à gauche de Γ et à droite de $\begin{pmatrix} 1 & s \\ 0 & 1 \end{pmatrix}_{s\in\mathbb{R}}$, il est possible de traduire les propriétés de convergence des moyennes horosphériques sur T^1S en propriétés de distribution des orbites de Γ sur le plan $\mathbb{R}^2$. Cela avait été remarqué par Ledrappier pour les réseaux et est ici étendu par Barbara Schapira (en collaboration avec François Maucourant) aux cas des surfaces convexes cocompactes et géométriquement finies. L'extension suit la démarche de [L99], mais il y a plusieurs problèmes intéressants à résoudre. Contrairement au cas de covolume fini, les moyennes M_T

$$M_T = \frac{1}{T^\delta} \sum_{\gamma;\|\gamma\|\leq T} f(\gamma u),$$

où δ est l'exposant critique de Γ et u un vecteur de $\mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$ non-errant sous l'action de Γ, ne convergent pas, mais oscillent autour d'une valeur limite. De plus si S est convexe cocompacte ou géométriquement finie avec $\delta > 2/3$, alors les moyennes M_T log-Cesàro convergent. Ce résultat est profond et la question du type de convergence dans le cas $1/2 < \delta \leq 2/3$ apparaît encore plus subtile.

La deuxième partie du mémoire présente d'abord des travaux en commun avec Yves Coudène sur les mesures invariantes pour le flot géodésique. Il s'agit de développer l'idée originale de [Cou 03] qu'il est possible de trouver des mesures de probabilité invariantes par le flot géodésique même sur les variétés ouvertes et que ces mesures vont permettre, comme dans le cas compact ou de volume fini, d'utiliser la théorie ergodique.

Le premier résultat porte sur une variété riemannienne non-élémentaire de courbure strictement négative. Soit Ω l'ensemble non-errant du flot géodésique. Alors, Barbara Schapira et Yves Coudène montrent que l'ensemble des mesures de probabilité invariantes et ergodiques pour le flot géodésique de support tout Ω est un G_δ dense de l'ensemble de toutes les probabilités invariantes sur Ω. Dans le cas d'un flot hyperbolique sur un espace compact, ce résultat est classique et suit de la propriété de spécification. Ici, il suit de trois propriétés qui remplacent la spécification et qui sont importantes en elles-mêmes: la transitivité sur l'ensemble non-errant, une structure non uniforme de produit local et un lemme de fermeture non uniforme. Ils montrent aussi que les mesures non mélangeantes et d'entropie nulle sont également génériques. Les mesures obtenues n'ont donc pas toutes les bonnes propriétés espérées. Toutefois, la méthode est assez générale pour s'appliquer aussi à l'ensemble des vecteurs non-errants et hyperboliques d'une variété de rang un. Dans le cas compact, la transitivité est due a W. Ballmann, la propriété de produit local à G. Knieper et le lemme de fermeture à P. Eberlein. Les preuves s'adaptent dans le cas général, ce qui confirme la pertinence des notions introduites dans ces articles.

Pour obtenir beaucoup d'autres mesures, celles-ci d'entropie positive et mélangeantes, voire Bernoulli, Barbara Schapira se tourne vers le formalisme thermodynamique. Elle présente dans son mémoire quelques résultats complets d'un gros article, commun avec Frédéric Paulin et Mark Pollicott, en cours de rédaction. Dans les travaux de Sullivan pour le cas hyperbolique et de Roblin dans les espaces métriques $CAT(-1)$, la mesure de Patterson-Sullivan tient un rôle central. En particulier, elle lie l'exposant critique du groupe Γ et l'entropie topologique du flot géodésique et permet de construire l'unique mesure invariante d'entropie maximale dans le cas divergent (Otal-Peigné). Les auteurs étendent ces propriétés aux mesures de Gibbs et au principe variationnel. C'est un travail important. Dans le mémoire, Barbara Schapira présente la construction des mesures de Gibbs et le principe variationnel dans le cas d'une variété riemannienne de courbure sectionnelle pincée entre deux constantes strictement négatives.

En résumé, Mme Schapira présente un corpus très large de résultats profonds sur la dynamique des variétés ouvertes de courbure négative. Elle a su faire la synthèse de résultats contemporains, poser des questions nouvelles et naturelles et créer des outils pour y répondre. Elle a déjà un rôle moteur d'animation de la recherche sur ce sujet. Elle mérite certainement de se voir décerner le diplôme d'habilitation à diriger des recherches.

François Ledrappier

F Ledrappier

THE OHIO STATE UNIVERSITY

Department of Mathematics

100 Mathematics Tower
231 West 18th Ave
Columbus, OH 43210-1174

Phone (614) 292-4975
Fax (614) 292-1479
Web www.math.osu.edu

To,

Pr. Christian MASQUELIER
Le Directeur de l'Ecole Doctorale en Sciences et Sante

Dear Professor Masquelier,

Here is my report on the `Habilitation thesis' of Madame Barbara Schapira.

In view of the work presented in the thesis, it is evident that Mme Schapira has established herself as one of the leading experts in the newly emerged field of `Dynamical properties of horocycle and geodesic flows on infinite volume negatively curved manifolds'.

Already in her Ph.D. thesis, Mme Schapira proved a very important ratio equidistribution result for horocycles on `Geometrically finite negatively curved surfaces'. I personally like this result very much, especially because I had tried hard to prove the same several years before, and did not succeed. In fact, some of the ideas in her work where very useful in my recent studies.

After PhD, Mme Schapira has continued to make significant progress in refining and generalizing her results on various ergodic theoretic aspects of horocycles; for example, she obtained very precise density and equidistribution criteria for one-sided leaves, which is also a question which had intrigued me for quite some time. Her results on horocycles on `Geometrically infinite negatively curved surfaces' nontrivially extend some classical studies by Hedlund (1930's).

Her collaborative work with Omri Sarig, is quite remarkable in revealing very precise two way intricate relation between divergence rate of geodesics and equidistribution of the corresponding horocycle leaves on `infinite abelian covers of compact hyperbolic surfaces'.

Mme Schapira's main strength is her technical prowess in geometry of negatively curved manifolds combined with her dynamical intuition and refined mathematical taste. With this asset she has expanded her field of studies to include a novel study of the structure of collection of all invariant measures of geodesic flows in joint work with Yves Coudene. The study utilizes deep ergodic theoretic techniques in a rich geometric set up.

Her more recent collaborative work with Federic Paulin and Mark Pollicott on `Gibbs measure and equilibrium states on negatively curved' is another testimony to her technical power and expanding horizon of interests.

Her joint work with Francois Maucourant is a nice number theoretical application of her ratio equidistribution results for horocycles.

Overall, Mme Schapira has shown significant originality, technical power, mathematical maturity and a knack to recognize good problems. It is impressive to see that she has worked with very strong mathematicians in diverse areas. Some part of her work shows strong originality on her part, and some part shows theory building capability. Her proposed future research plan involves many important directions; and in view of her knowledge, ability and willingness to collaborate with experts in different areas should lead her to very interesting theorems in future, and should be able to provide guidance to Ph.D. students.

I strongly support her Habilitation thesis, and a promotion in Mathematical career.

Sincerely yours,

Nimish A. Shah
Professor
Department of Mathematics
The Ohio State University
Columbus, OH 43210

Email: shah@math.osu.edu

HABILITATION A DIRIGER DES RECHERCHES

AUTHORIZATION FOR EXAMINATION

FROM :

Nimish A. Shah
Professor, Department of Mathematics
The Ohio State University, Columbus, OH 43220. USA.

On the Habilitation à diriger des Recherches submitted by Mme Barbara Schapira
on `Geodesics, horocycles, and their invariant measures'

GENERAL COMMENTS OF THE REVIEWER
(Join your report with details on an additional page)

I strongly support the candidate's habilitation thesis.

Columbus, Ohio
November 03, 2011

Nimish A. Shah

Date, signature

Ecole Doctorale en Sciences et Santé
Bâtiment des Minimes - 33, rue Saint-Leu
80039 AMIENS Cedex
Tél. : (33) 03.22.82.79.57
Télécopie : (33) 03.22.82.79.58