



ETUDES DOCTORALES
DOCTORAT DE L'UNIVERSITE D'ORLEANS
RAPPORT

(Arrêté du 25 Avril 2002, article 8, relatif aux études doctorales)

- Considérant que :

- Monsieur (1) *Barbara Schapira*

souhaite présenter une thèse portant sur le sujet(1) *Propriétés ergodiques*
du feuilletage horosphérique d'une variété
à courbure négative

- Monsieur (1) *Kaimanovitch*

désigné(e) comme rapporteur, établit le rapport écrit suivant (qui devra être signé et daté) :

voir ci-joint



Vadim Kaimanovitch,
Directeur de Recherche,
CNRS (Centre National
de la Recherche Scientifique)

IRMAR, Université Rennes-1
Campus Beaulieu
Rennes 35042, FRANCE

phone: (+33)(0)223235875

email: kaimanov@univ-rennes1.fr

web: maths.univ-rennes1.fr/~kaimanov

RAPPORT SUR LA THÈSE

Propriétés ergodiques du feuilletage horosphérique d'une variété à courbure négative

par

Barbara SCHAPIRA

présentée pour obtenir le grade de Docteur de l'Université d'Orléans

La thèse est consacrée à l'étude des propriétés ergodiques du feuilletage horosphérique d'une variété riemannienne à courbure négative, c'est-à-dire, du feuilletage fortement stable du flot géodésique sur le fibré unitaire tangent de la variété.

Un des problèmes centraux de la théorie de Gibbs (laquelle, à son tour, sert de base pour toute la théorie moderne de systèmes dynamiques) est de comprendre à quel degré une mesure peut être reconstituée à partir de ses dérivées de Radon-Nikodym. Notamment, comment trouver une mesure aux dérivées de Radon-Nikodym prescrites, et, si une telle mesure existe, est-elle unique?

Les résultats de ce type sont bien connus pour les systèmes dynamiques symboliques et, sur leur base, pour les systèmes hyperboliques, mais dans la thèse, tout en restant dans le cadre modèle et classique de la courbure négative, Barbara Schapira approche le problème d'un autre côté, le reformulant en termes géométriques de l'existence (et de l'unicité) d'une mesure transverse au cocycle de Radon-Nikodym prescrit pour le feuilletage horosphérique.

Selon les résultats classiques de Furstenberg et Bowen-Marcus le feuilletage horosphérique d'une variété compacte à courbure négative est uniquement ergodique (ce qui correspond à l'unicité de la mesure d'entropie maximale pour le flot géodésique). D'autre part, la théorie de Gibbs pour le flot géodésique donne aussi des résultats d'existence et d'unicité des mesures invariantes du flot géodésique associées aux potentiels höldériens arbitraires.

Le travail de Barbara Schapira remplit donc une lacune (qui restait ouverte pendant presque 30 ans) en montrant (ce qui est, à mon avis, le résultat principal de la thèse)

que, sous la condition naturelle de la finitude géométrique, chaque cocycle höldérien sur le feuilletage horosphérique peut être réalisé comme le cocycle de Radon–Nikodym pour une et seulement une mesure transverse quasi-invariante.

Ce théorème d'unique ergodicité mène ensuite aux résultats d'équirépartition et de la convergence pour les moyennes horosphériques. Encore une fois, les résultats de ce type étant bien classiques pour les mesures transverses invariantes (depuis Goodman et Plante dans les années 70), le travail de Barbara Schapira donne le premier exemple du passage au cas plus général des mesures quasi-invariantes.

L'approche géométrique utilisée dans la thèse est susceptible d'être appliquée dans d'autres situations, en particulier, pour l'étude de la théorie mesurable de laminations, un domaine devenant de plus en plus actif.

La thèse est constituée de trois parties. La première partie est consacrée aux préliminaires (les notions et les premières propriétés du flot géodésique et du feuilletage horosphérique; les rappels de la construction géométrique d'une mesure de Gibbs pour le flot géodésique et des théorèmes de Furstenberg et de Bowen–Marcus sur l'unique ergodicité du feuilletage horosphérique). Cette partie présente une excellente et bien réfléchie introduction au sujet.

Dans la deuxième partie les résultats principaux de la thèse sont démontrés dans le cas le plus simple (mais qui retient déjà tous les éléments de l'approche générale), notamment, les théorèmes d'unique ergodicité et d'équidistribution de moyennes horosphériques, ce qui permet d'exposer les idées principales de la thèse d'une manière très claire et précise.

Finalement, dans la troisième partie (plus technique) l'auteur passe aux applications des méthodes exposées dans la deuxième partie aux variétés géométriquement finies.

Je me dois de souligner que cette thèse est exemplaire du point de vue de sa composition: la première partie est préparatoire; la deuxième est consacrée aux résultats conceptuels et, finalement, la troisième contient des applications. Donc, loin d'être juste un recueil d'articles disparates (ce qui est, malheureusement, assez souvent le cas) la thèse de Barbara Schapira est une oeuvre complète et intégrale. Elle a su utiliser cette opportunité de faire le bilan d'une étape importante de son développement scientifique de son mieux.

En conclusion, je trouve que Barbara Schapira présente ici un travail mature, riche et diversifié, qui ouvre sur d'intéressantes perspectives et applications.

Je donne un avis très favorable à la soutenance de thèse de Barbara Schapira.



27 septembre 2003

Vadim Kaimanovitch