

Séries chronologiques  
M1 Statistique et économétrie  
**TD 2 - Modélisation de la partie déterministe  
d'une série temporelle**  
V. Monbet

## Modélisation des moyennes mensuelles de la température en France

On considère une série temporelle qui décrit les moyennes mensuelles de la température en France entre 1901 et 2000.

### 1 Importation des données

Télécharger les données (au format ascii) sur la page du cours ([http://perso.univ-rennes1.fr/valerie.monbet/ST\\_M1/ST\\_M1.html](http://perso.univ-rennes1.fr/valerie.monbet/ST_M1/ST_M1.html))  
Importer ces données en utilisant par exemple l'instruction `read.table` sous R ; on appellera la table `temperatures`. Puis créer une variable `x` de type *time series* qui contient les données à l'aide de la fonction `ts`.

```
x=ts(as.numeric(temperatures),frequency = 12, start = 1901)
```

### 2 Visualisation

Représenter graphiquement la série temporelle. Peut-on identifier une tendance et/ou une composante saisonnière ?

### 3 Etude de la tendance

(a) **Moyennes mobiles.** On propose dans cette question d'estimer la tendance par la méthode des moyennes mobiles. On rappelle que si  $\{x_i\}_{i=1,\dots,n}$  est une série temporelle, alors la moyenne mobile d'ordre  $p$  associée est la série temporelle définie pour  $t \in \{p+1, \dots, n-p\}$  par

$$\hat{x}_t = \sum_{i=t-p}^p x_i$$

avec  $2p+1$  la largeur de la fenêtre.

1. Calculer les séries temporelles obtenues par la méthode des moyennes mobiles avec des largeurs de fenêtre de 1 an, 2 ans, 5 ans puis 10 ans à l'aide de la fonction `filter`. Pourquoi choisit-on des largeurs de fenêtre qui sont des multiples de la période de la composante saisonnière (1 an ici) pour estimer la tendance ?
2. Tracer sur une même figure la série temporelle initiale et ces moyennes mobiles. On notera que par défaut la méthode des moyennes mobiles calcule une somme et non une moyenne. Discuter les résultats obtenus : quelle largeur de fenêtre vous semble être la mieux adaptée ? Peut-on identifier une tendance dans la série temporelle résiduelle ?
3. A t'on modélisé une tendance additive ou multiplicative ? Ecrire le modèle en notant  $X_t$  le processus moyenne mensuelle de la température et  $T_t$  la tendance.

**(b) Ajustement d'un modèle paramétrique.** On propose dans cette question d'utiliser un modèle de tendance polynomiale.

1. Quel degré de polynôme la question précédente suggère t'elle d'utiliser ?
2. Ajuster le modèle à l'aide de la fonction `lm`.
3. Tracer sur une même figure la série temporelle et la tendance estimée (avec son interval de prediction). Discuter la qualité de l'ajustement. Donner une expression analytique du modèle en définissant rigoureusement vos notations.
4. Quelle est le degré de signification (p-valeur) du test associé à l'hypothèse selon laquelle il n'y a pas de tendance dans la série temporelle ? Sur quelles hypothèses reposent la validité de ce test ? Ces hypothèses sont-elle vérifiées ?
5. Calculer la série temporelle des moyennes annuelles de la température. Représenter graphiquement cette série et ajuster le modèle de tendance polynomiale. Que devient le degré de signification du test ? Discuter les résultats.

## 4 Etude de la composante saisonnière

Dans la suite, on appelle `xdet` la série sans tendance (`detrend`). (a) Calculer les coefficients saisonniers (i.e. moyennes mensuelles) de la série `xdet`. On notera `xstat` la série obtenue après avoir retiré les coefficients saisonniers (pour série stationnarisée).

(b) Représenter graphiquement la série `xstat`. Cette série vous paraît-elle être stationnaire ?

## 5 Utilisation de fonctions prédéfinies

Taper les commandes ci-dessous et interpréter les résultats obtenus

```
> dog=stl(x,'periodic')
> plot(dog)
```

## 6 Prédiction

Peut-on prévoir la température moyenne en Janvier 2100 et Juillet 2100 ? Si oui, donner les valeurs numériques et éventuellement un intervalle de confiance.