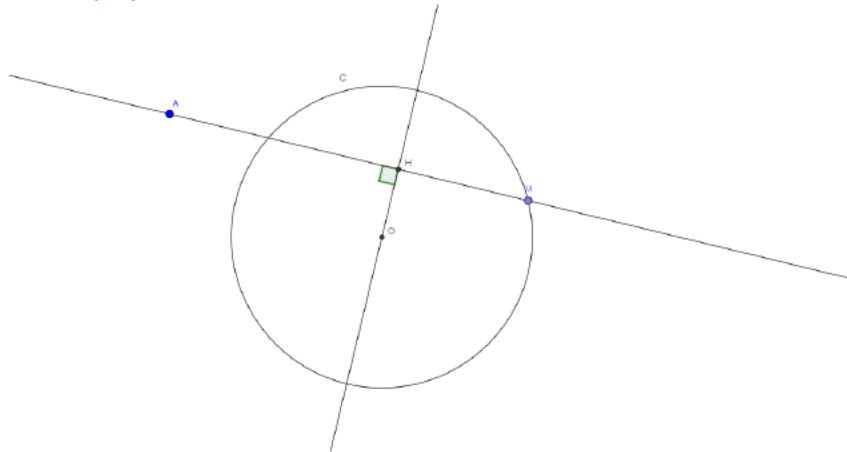


GEA2016
Problèmes de lieu géométrique

Version du 27 novembre 2016

Exercices

Soit A un point et C un cercle de centre O . Pour tout point M du cercle, on désigne par H le point d'intersection de la perpendiculaire à (AM) passant par O : on dit que H est la projection orthogonale de O sur (AM) .



Déterminer le lieu du point H .

FIGURE 1 – Trinôme 1 : Flora Bal, Monji Ben Alaya, Marie Rouxel, Benoit Lejeune

On considère un carré $ABCD$. On désigne par M un point du segment $[AC]$. On note P (respectivement Q) le projeté orthogonal du point M sur la droite (AD) (respectivement (DC)).

- 1) Construire la figure.
- 2) Démontrer que les droites (CP) et (BQ) sont orthogonales.
- 3) On note N le point d'intersection des droites (CP) et (BQ) . Emettre une conjecture concernant le lieu du point N lorsque M décrit le segment $[AC]$.
- 4) Démontrer la conjecture émise.

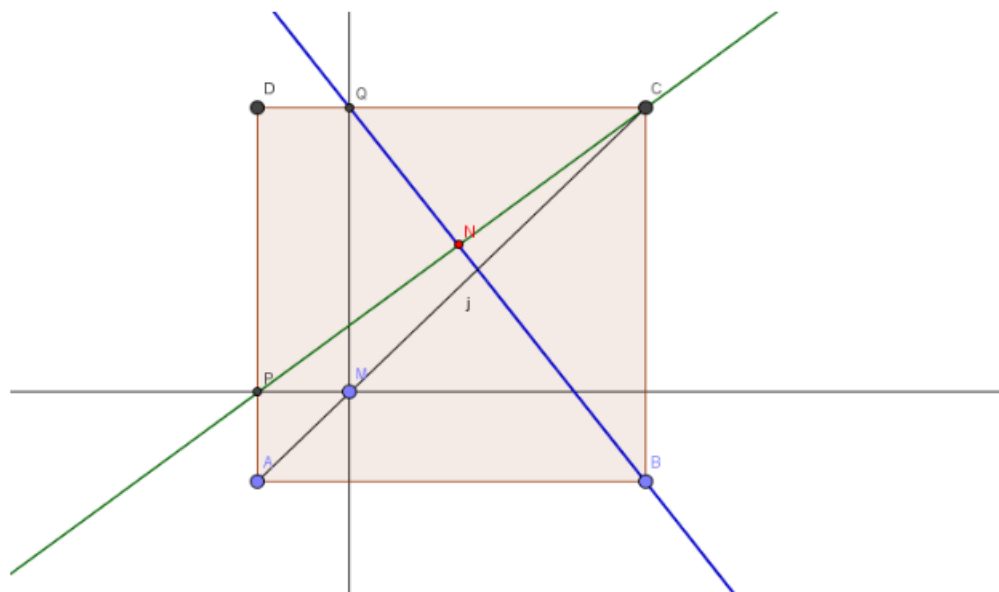


FIGURE 2 – Trinôme 3 : Nicolas Crumbach, Aymeric Desbois, Amelie Scarpel

Lieu d'un orthocentre

On admet que les hauteurs d'un triangle sont concourantes en un point nommé orthocentre du triangle.

On considère les points $A(2; 0)$, $B(6; 0)$ et la droite d d'équation $y = 4$. Pour tout point C de d on construit l'orthocentre H du triangle ABC . On cherche à déterminer le lieu décrit par H quand C décrit la droite d .

A. Sur un logiciel de géométrie

Construire la figure et émettre une conjecture sur le lieu de H . Le point H peut-il être confondu avec A ? Avec B ? Avec C ?

B. Détermination analytique

On note $(a; 4)$ le couple de coordonnées de C .

1. a. Déterminer une équation de la hauteur du triangle ABC issue de C .

b. Déterminer une équation de la hauteur du triangle ABC issue de A .

c. En déduire les coordonnées de H en fonction de a .

2. a. En déduire que H appartient à une courbe \mathcal{P} que l'on précisera. Contrôler en traçant la courbe sur le logiciel.

b. Le point H décrit-il toute cette courbe ?

FIGURE 3 – Trinôme 4 : Léa-Céline Bambi, Yann Jutard, Max Lekeux, Samir Nefti