

Feuille d'exercices 6

Exercice 1 Calculer les primitives suivantes en utilisant des substitutions convenables.

$$\begin{array}{lll}
 (a) \int 3x^2(x^3 + 4)^{20} dx & (b) \int x(x^2 - 6)^{\frac{4}{3}} dx & (c) \int (x^2 + 1)\sqrt[3]{x^3 + 3x - 2} dx \\
 (d) \int \frac{x^2}{2x^3 + 5} dx & (e) \int \frac{x^2}{4 + x^6} dx & (f) \int \cos(x) \sin^7(x) dx \\
 (g) \int \tan^5(x) \sec^2(x) dx & (h) \int x^2 \cos(2x^3) dx & (i) \int \frac{\sin(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx \\
 (j) \int x \cdot \exp(x^2 - 2) dx & (k) \int \frac{\cos(\ln(x))}{x} dx & (l) \int 2 \sin(x) \cos(x) e^{\cos(2x)} dx \\
 (m) \int \frac{e^x}{\sqrt{e^x + 3}} dx & (n) \int \frac{1}{e^x + 2e^{-x}} dx &
 \end{array}$$

Exercice 2 Déterminer les valeurs des intégrales suivantes en utilisant des substitutions convenables.

$$\begin{array}{ll}
 (a) \int_0^1 x^2 \exp(x^3) dx & (b) \int_0^1 x^4 \cdot (x^5 - 1)^6 dx \\
 (c) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(x) \sqrt{\sin(x)} dx & (d) \int_{\ln(7)}^{\ln(26)} e^x \sqrt[3]{1 + e^x} dx
 \end{array}$$

Exercice 3 Calculer les primitives suivantes en utilisant des substitutions convenables.

$$\begin{array}{lll}
 (a) \int \frac{1}{\sqrt{-x^2 - 4x}} dx & (b) \int \frac{1}{(3 - x^2)^{\frac{3}{2}}} dx & (c) \int \frac{x^2}{\sqrt{1 - x^2}} dx \\
 (d) \int \frac{1}{x^2 \sqrt{1 - 9x^2}} dx & (e) \int \frac{1}{\sqrt{4 + x^2}} dx & (f) \int \frac{x}{\sqrt{2x - x^2}} dx \\
 (g) \int \frac{x^2}{(a^2 - x^2)^{\frac{3}{2}}} dx & (h) \int \sqrt{4x^2 - 8x + 24} dx &
 \end{array}$$

Exercice 4 Calculer les primitives suivantes en utilisant des substitutions du type "moitié de l'angle".

$$\begin{array}{ll}
 (a) \int \frac{1}{5 + 3 \cos(t)} dt & (b) \int \frac{1}{\cos(t) + \sin(t) + 1} dt \\
 (c) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2 + \cos(t)} dt & (d) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{3 + 3 \cos(t) - \sin(t)} dt
 \end{array}$$

Exercice 5 Calculer les primitives suivantes en utilisant des substitutions convenables.

$$(a) \int \frac{\cos(x)}{\sqrt{1 + 4 \sin(x) + \sin^2(x)}} dx \quad (b) \int \frac{e^x}{\sqrt{2 - e^{2x}}} dx$$

Exercice 6 Calculer les primitives des fonctions rationnelles suivantes

$$\begin{array}{lll} (a) \frac{7}{x^2 - 5x - 6} & (b) \frac{3x - 11}{x^2 - 5x + 6} & (c) \frac{3}{x^2 + 4x + 13} \\ (d) \frac{2x + 3}{x^2 + 6x + 10} & (e) \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 4x + 5} & (f) \frac{x^3 + 2x^2 - x - 1}{x^2 + 6x + 13} \\ (g) \frac{3x - 1}{x^2 + 4x + 4} & (h) \frac{5x^2 + 4}{x^3 - 3x^2 + 3x - 1} & (i) \frac{2x^2 - 11}{x^2 + 6x + 9} \\ (j) \frac{x^2 + 1}{x^3 + x^2 + 3x - 5} & (k) \frac{x^3 - x^2 + 4}{x^3 + x^2 + 3x - 5} & (l) \frac{25x}{x^4 - x^2 - 2x + 2} \\ (m) \frac{2x^2 - 3x + 4}{x^4 - 2x^2 + 1} & (n) \frac{x^2 + 3x - 2}{(x^2 - 4x + 5)^2} & \end{array}$$