

Université de Rennes 1  
UFR Mathématiques  
MIEE L1, Module AN1

Année 2008-2009

Nom :  
Note :

Contrôle blanc du 8/12/2008.  
Durée 60 min.

**Exercice 1** On considère la fonction

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^3}{x-1}}.$$

1. Quel est le domaine de définition de cette fonction ?
2. Trouver toutes ses asymptotes.

**Exercice 2** Montrer l'inégalité suivante :  $\forall x \in ]-1, \infty[, \frac{x}{1+x} \leq \ln(1+x) \leq x$ .

**Exercice 3**

- a. Calculer la dérivée de la fonction  $F$  définie sur  $]0, +\infty[$  par  $F(x) = x \cdot \ln(x) - x$ .
- b. Calculer une primitive  $G$  de la fonction  $g$  définie sur  $]0, +\infty[$  par  $g(x) = (\ln(x))^2$ . On pourra utiliser le résultat de la question *a* et calculer  $G$  à l'aide d'une intégration par parties.

**Exercice 4**

1. Déterminer les racines carrées de  $-3 - 4i$ .
2. Déterminer les solutions complexes de  $z^2 - z + 1 + i = 0$ .

**Exercice 5**

1. Trouver toutes les solutions de l'équation :

$$y'' + 4 \cdot y' + 3 \cdot y = e^{-2 \cdot t}. \quad (1)$$

2. Pour chaque solution  $y(t)$  de l'équation (1) déterminer, en justifiant le résultat, la

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} y(t).$$

3. Trouver toutes les solutions de l'équation :

$$y'' + 4 \cdot y' + 3 \cdot y = 1. \quad (2)$$

4. Trouver toutes les solutions de l'équation :

$$y'' + 4 \cdot y' + 3 \cdot y = e^{-2 \cdot t} + 1. \quad (3)$$