

Contrôle continu n°3

Durée: 15 mn

Ce contrôle comporte deux exercices

*Les documents et les calculatrices ne sont pas autorisés.*

**Exercice n°1**

On considère l'application  $f$  de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$  définie par  $f(x) = 1 - e^{3x}$ .

1) Déterminer son image  $F$  et démontrer que  $f$  est injective en utilisant les propriétés énoncées en cours sur les fonctions exponentielle et/ou logarithme.

2) On note  $g$  l'application de  $\mathbb{R}$  dans  $F$  définie par  $g(x) = 1 - e^{3x}$ . Dire pourquoi  $g$  est une bijection.

On note  $g^{-1}$  la bijection réciproque.

Déterminer l'expression de  $g^{-1}(y)$  pour  $y$  appartenant au domaine de définition de  $g^{-1}$ .

**Exercice n°2**

Rappel:  $\sinh(t) = \frac{e^t - e^{-t}}{2}$

Prouver la formule:  $\sinh(\ln(x) + \ln(y)) = \frac{x^2 y^2 - 1}{2xy}$ .

Pour quelles valeurs des réels  $x$  et  $y$  cette formule est-elle valable?