

L1-A01- 10 octobre 2007
Contrôle 5

Une attention particulière sera portée à la qualité de la rédaction. Durée 15min.

Les documents et les calculatrices ne sont pas autorisés.

NOM :

PRÉNOM :

Exercice

On considère les fonctions g , h et f dérivables et définies sur $]0, +\infty)$ par

$$g(x) = \frac{x^2}{x+1}, \quad h(x) = \ln(\exp(x) - 1) \quad \text{et} \quad f(x) = g(x)h(x).$$

- 1) Calculer les dérivées de g , h et f .
- 2) Montrer que si $x > \ln(2)$ alors $h(x) > 0$. En déduire que si $x > \ln(2)$ alors $f'(x) > 0$.
- 3) On rappelle que $1 > \ln(2)$. Montrer que si $x > 1$ alors

$$\frac{x^2}{x+1} > \frac{x}{2}$$

et en déduire que si $x > 1$ alors

$$f(x) > \frac{x}{2} \ln(\exp(x) - 1) > 0$$

et

$$\frac{f(x)}{x} > \frac{1}{2} \ln(\exp(x) - 1) > 0.$$

- 4) Montrer que

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty.$$