

ALBI – Feuille d'exercices de révision

Exercice 1

Lesquels sont des sous-espaces vectoriels de l'espace vectoriel sur \mathbb{R} de toutes les fonctions de \mathbb{R} dans \mathbb{R} ?

- L'ensemble des fonctions dérivables,
- l'ensemble des fonctions paires,
- l'ensemble des fonctions monotones.

Exercice 2

Montrer que l'ensemble $\mathbb{R}_n[X]$ des polynômes de degré $\leq n$ est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}[X]$. En donner la dimension. Montrer que $(1, X - 1, (X - 1)^2, (X - 1)^n)$ en est une base.

Exercice 3

Compléter la famille $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right)$ en une base de \mathbb{R}^3 .

Exercice 4

Donner la dimension et une base de l'espace vectoriel $M_n(\mathbb{R})$ des matrices $n \times n$ à coefficients réels. Montrer que les matrices symétriques (${}^tM = M$) forment un sous-espace-vectoriel; dimension, base? Même question pour les matrices antisymétriques (${}^tM = -M$). Montrer que le sous-espace des matrices symétriques et celui des matrices anti-symétriques sont supplémentaires dans $M_n(\mathbb{R})$.

Exercice 5

Soit E un \mathbb{R} -espace vectoriel de dimension n , F un \mathbb{R} -espace vectoriel de dimension p . Quelle est la dimension de l'espace vectoriel des applications linéaires de E dans F ?

Exercice 6

Soit $u : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'application linéaire de matrice $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 7 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 6 \end{pmatrix}$. Calculer le rang de u , donner une base de $\ker(u)$, une base de l'image de u , une équation de l'image de u .

Exercice 7

Calculer l'inverse de la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & -4 \\ -3 & -2 & 12 \end{pmatrix}$.

Exercice 8

Calculer la matrice de l'endomorphisme linéaire $u : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ de l'exercice 6 dans la base formée des vecteurs $e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, $e_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$, $e_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \\ 12 \end{pmatrix}$.